

鈾之蛻變與地質年代

郝 釗

(國立武漢大學)

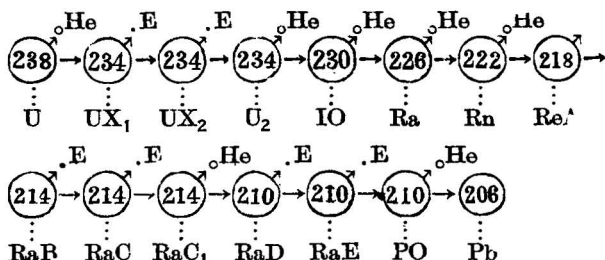
- 節目： (一)緒言
(二)鈾之蛻變
(三)蛻變定則
(四)鈾之蛻變與岩層絕對年齡
(五)討論
(六)鈾鈷共生岩層絕對年齡之計算
(七)結論

一、緒言

普通所示地質年代，僅以地層之相互關係，與生物進化之過程而推得相對之年代，但對其絕對年齡無法考究，數年前曾見美國某雜誌載有用 Pb/U 之比可求地質絕對年齡，但未曾述及理論根據；作者有見於此，僅將研究鈾鏷所得，提供一種計算方法，以示拋磚引玉之旨。

二、鈾之脫變

鈾之蛻變及其放射性為吾人早知之事實。從鈾開始中經十三個蛻變元素最後為鉛，蛻變乃告穩定，茲先列表如下以示蛻變概況：



附註：(一)圖內之數目表示原子量

(二) $\nearrow \text{He}$ 表示放射一個氦原子。

(三) $\nearrow \text{E}$ 表示放射一個電子。

三、蛻變定則

一放射性元素之蛻變，非由一元素在同一時間內全體變為另一銜接元素，而其變化率由實驗所得結果，每一元素有一特別常數，即「蛻變常數」(作者意)；且各元素不一，通常以 λ 表示之。設 N_0 為某一時間，一放射性元素之原子數； N 為過時間後之原子數，則可列公式如下：

$$N/N_0 = e^{-\lambda t} \dots \dots \dots (1)$$

(1)式可用微分表示其含意：

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \dots \dots \dots (2)$$

即單位時間內蛻變之原子數與其所在時間未蛻變之原子數成比例，其負號表示漸減之意。而將(2)式積分可得(1)式：

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

$$\text{或 } -\int \lambda dt = \int \frac{dN}{N}$$

$$\therefore -\lambda t = \text{Log}_e N + C \dots \dots \dots (3)$$

設 $t=0$; 則 $N=N_0$

$$\therefore C = -\text{Log}_e N_0 \text{ 代入(3)式}$$

$$\text{則 } \text{Log}_e \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

$$\text{即 } t = \frac{-1}{\lambda} \text{Log}_e \frac{N}{N_0} = \frac{1}{\lambda} \text{Log} \frac{N_0}{N} \dots \dots \dots (4)$$

$$\text{或 } \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \text{ 即(1)式}$$

四、鈾之蛻變與岩層絕對年齡

據前節所述，如一岩石中得知 N 和 N_0 ， λ 可以用實驗測得，則 t 可由(4)式算出，亦即該岩石生成之絕對年齡，不過 N 雖可以求得，但 N_0 經過十三個中間生成物，而且每個生成物都同時存在；雖然一個鈾原子僅能生成一個 UX_1 ，一個 UX_1 僅能生成一個鈾 X_2 ……一個 Po 原子僅能生成一個 Pb 原子。即一個 U 原子經多次蛻變僅能生成一個 Pb 原子。因此 N_0 雖然可以算出，但各個中間元素必須全部分析，然後加之而得 N_0 ；如此時間上太不經濟，分析上也有困難，所以上列各式修改如下；且可解釋任何 U 礦中 U 與 Ra 之比例完全一致，即一克之 U 中含 $(3.40 \pm 0.03) \times 10^{-7}$ 克 Ra ；而由此事實亦可反證推得公式之正確性。

設 N 為 N_0 個鈾原子經時間 t 後現存之鈾原子數； $N_1, N_2, N_3, \dots, N_{14}$ 各為 N_0 個 U 原子經過時間 t 後所生之 $UX_1, UX_2, U_2, \dots, Pb$ 之原子數； $\lambda, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_{14}$ 各為 $U, UX_1, UX_2, U_2, \dots, Pb$ (不再蛻變) 之蛻變常數。

$$\text{則： } \frac{dN}{dt} = -\lambda N \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = \lambda N - \lambda_1 N_1 \dots\dots\dots(2)$$

即單位時間內有 λN 個U原子變為 UX_1 ，同時有 $\lambda_1 N_1$ 個 UX_1 原子再蛻變為 UX_2 ，

$$\text{同理： } \frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \dots\dots\dots(3)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3 \dots\dots\dots(4)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\frac{dN_{14}}{dt} = \lambda_{13} N_{13} - \lambda_{14} N_{14} \dots\dots\dots(5)$$

因至鉛為止，不再繼續蛻變，故 λ_{14} 為零所以上式改為：

$$\frac{dN_{14}}{dt} = \lambda_{13} N_{13}$$

假設在岩石剛生成之時，沒有 UX_1 ， UX_2 ， U_2 ………Pb存在

$$\text{則 } t=0; \quad N=N_0$$

$$N_1 = N_2 = N_3 = \dots\dots\dots = N_{14} = 0$$

$$\therefore N = N_0 e^{-\lambda t} \dots\dots\dots(6)$$

此與前節所述(1)式同；而

$$\frac{dN_1}{dt} = \lambda N - \lambda_1 N_1 = N_0 e^{-\lambda t} - \lambda_1 N_1$$

此與綫型微分方程同 $[y' = F(y) + \phi(x)]$ 解之得

$$N_1 = \frac{\lambda N_0}{\lambda_1 - \lambda} [e^{-\lambda t} - e^{-\lambda_1 t}] \dots\dots\dots(7)$$

$$\text{同理 } N_2 = \frac{\lambda \lambda_1 N_0}{\lambda_1 - \lambda} \left[\frac{1}{\lambda_2 - \lambda} (e^{-\lambda t} - e^{-\lambda_2 t}) - \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \right] \dots \dots \dots (8)$$

繼此往之式子愈來愈繁；惟 $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \dots \lambda_{13}$ 皆比 λ 為大（其數值及算法見附錄一），而相差甚遠，故前述各式可改寫為：

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \dots \dots \dots (9)$$

$$N_1 = \frac{\lambda N}{\lambda_1} \dots \dots \dots (10)$$

$$N_2 = \frac{\lambda N}{\lambda_2} \dots \dots \dots (11)$$

$$N_3 = \frac{\lambda N}{\lambda_3} \dots \dots \dots (12)$$

$$\dots \dots \dots$$

$$N_{13} = \frac{\lambda N}{\lambda_{13}} \dots \dots \dots (13)$$

$$N_{14} = \int_0^t \lambda_{13} N_{13} dt = \int_0^t \lambda_{13} \frac{\lambda N}{\lambda_{13}} dt = \int_0^t \lambda N dt$$

$$= \int_0^t \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt = N_0 (1 - e^{-\lambda t}) \dots \dots (14)$$

$$\therefore N_1 \lambda_1 = N_2 \lambda_2 = N_3 \lambda_3 = \dots \dots \dots =$$

$$N_{13} \lambda_{13} = N \lambda \dots \dots \dots (15)$$

由此可知各中間元素之「蛻變轉化率」相等（作者意），即中間生成物之蛻變率與鈾之蛻變率相同，故任一中間生成物 N_r ，由其上一銜接元素 N_{r-1} 蛻變而來之原子數等於由 N_r 蛻變而去之原子數；由此可知 Ra/U 在任何岩石中大致相同之理論根據；且由此亦可反證上列各式之正確性。惟新生成之岩石，不服從上列簡化公式，其理甚明。

由公式(14) $N_{14} = N_0(1 - e^{-\lambda t}) = N_0 - N_0 e^{-\lambda t}$

$$\therefore e^{-\lambda t} = \frac{N_0 - N_{14}}{N_0}$$

$$\therefore -\lambda t = \text{Log}_e \frac{N_0 - N_{14}}{N_0}$$

$$\begin{aligned} \therefore t &= \frac{-1}{\lambda} \text{Log}_e \frac{N_0 - N_{14}}{N_0} = \frac{1}{\lambda} \text{Log}_e \left(\frac{N_0}{N_0 - N_{14}} \right) - 1 \\ &= \frac{1}{\lambda} \text{Log} \frac{N}{N_0 - N_{14}} \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

而中間生成物 UX_1, UX_2, \dots, Po 蛻變常數大，蛻變率亦大，即蛻變原子存在時間甚短，且由公式(15)得知轉化率相等，故此種原子數目與現存之鈾原子數目相比甚少，可以略去不計，上式則改爲

$$t = \frac{1}{\lambda} \text{Log}_e \frac{N + N_{14}}{N} \dots\dots\dots (17)$$

設 N_{14}/N 之值甚小，則 t 之近似值如下：

$$t = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{N_{14}}{N} \dots\dots\dots (18)$$

$$\text{或 } t = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{N_{14}}{N} = C \frac{N_{14}/206}{N/238} = C \frac{W_{14}}{W} \dots\dots\dots (19)$$

W_{14} 爲含鉛之重量， W 爲含鈾之重量。

由實驗所得 $\lambda = 1.5 \times 10^{-10} \text{y}^{-1}$ (見附錄一)，故任一含鈾之岩石用化學分析法得知 Pb/U 之值代入公式(18)或導用公式(19)則可得該岩石生成之絕對年齡也。實際上同一地質年代含鈾岩石中 Pb/U 之值幾近於一定，由此亦可得知(18)式之正確性。

五、討論

前節所述結果公式(18) $t = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{N_{14}}{N}$ ； t 之數值雖有省略

之處，影響甚微，惟下列數點較屬重要：

- (1) 當含鈾岩石生成之時，是否已經含有鉛之成份，如有則 t 之值必較該岩石之實際生成年齡為大，但有些含鈾礦物中，鈾之化合物與鉛之化合物係非同晶質，故於生成之時已各自分開結晶，只要分析得當，不難獲得適且結果。且既令於生成之時含有鉛之成份，因鉛之總量甚小，由此可知生成鉛之成份微不可計，故大致尚可適用。
- (2) 所採之鈾礦物，必須自其生成之後，除脫變之外未受其他任何物理，化學之變化；既令有之，鈾與鉛之成份，從未流失者始可應用。
- (3) 鉛和鈾之定量必需正確而用多次分析之平均值，否則直接影響於 t 值也。
- (4) 鈾礦常與釷共生，而釷亦為放射性元素之一，且其最後蛻變生成物亦為同位素之鉛(208)，故分析計算時必須將釷考慮在內。同理：釷礦既為放射性元素，故含釷之岩石亦可算其年齡，惟單純之釷礦較少，且由釷所生之鉛(208)較鈾所生之鉛(206)易於流失，故多不採用。

六、釷鈾共生岩層絕對年齡之計算

由釷或鈾生成鉛之同位素各為208，206；如加適當之分析，將鉛208與鉛206分離，應用結果公式，則可求得該岩石生成之年齡，但分析上繁復困難，故另求公式如下，以便應用。

任一僅含鈾之岩石中 W_u 克之鈾，有 W_1 克之鉛(206)，

則該岩石之年齡為 $t_u = C_u \frac{W_1}{W_u}$, $C_u = \frac{1}{\lambda_u} \times \frac{\frac{1}{206}}{\frac{1}{238}} =$

$$\frac{1}{1.5 \times 10^{-11} \text{y}^{-1}} \times \frac{238}{206} = 7.67 \times 10^9 \text{y}(\text{年})。$$

同理僅含鈾之岩石中有 W_{Th} 克之鈾，有 W_2 克之鉛(208)，

則該岩石之年齡為 $t_{Th} = C_{Th} \frac{W_2}{W_{Th}}$, $C_{Th} = \frac{1}{\lambda_{Th}} \times \frac{\frac{1}{208}}{\frac{1}{232}}$
 $= \frac{1}{5.37 \times 10^{-11}} \times \frac{22}{208} = 20.7 \times 10^9 \text{y}(\text{年})$

設一 鈾鈾共生之岩石含鉛之總量為 W_t ；有 W_u 克之鈾，
 W_{Th} 克之鈾；設由鈾生成之鉛為 W_1 克，由鈾 生成之鉛為 W_2 克
 則：

$$t_u = C_u \frac{W_1}{W_u} \dots\dots\dots (1)$$

$$t_{Th} = C_{Th} \frac{W_2}{W_{Th}} \dots\dots\dots (2)$$

$$t_u = t_{Th} \dots\dots\dots (3)$$

$$W_t = W_1 + W_2 \dots\dots\dots (4)$$

C_u , C_{Th} 由實驗可以測定； W_u , W_{Th} 和 W 由分析而得；故
 該岩石之年齡 t_u 或 t_{Th} 解聯立方程式而得也。

七、結論

(1) 除新生成之岩石外，任何年代已知之岩層，只要發見
 放射性元素之存在即可應用結果公式求出其近似絕對
 年齡。

(2) 反之由即得之含鈾岩石，亦可確定其相對之地層年
 代。

(3) 推而廣之，地球之絕對年齡亦可窺其大概。

(4) 根據所知材料，算得前寒武紀地層之絕對年齡約如下表：

- a. 上前寒武紀—— 667×10^6 年
- b. 中前寒武紀—— $(1020-1120) \times 10^6$ 年
- c. 下前寒武紀—— 1300×10^6 年

卅五年七月五日完稿於珞珈山武漢大學

附錄一

鈾之蛻變常數表

元素	原子序	原子量	蛻變常數(λ)
U	92	238	$1.5 \times 10^{-16} \text{y}^{-1}$
U _{x1}	90'	234	$2.9 \times 10^{-4} \text{d}^{-1}$
U _{x2}	91	234	0.59m^{-1}
U ₂	92	234	$6.0 \times 10^{-7} \text{y}^{-1}$
Io	90	230	$7.7 \times 10^{-7} \text{y}^{-1}$
Ra	88	226	$4.38 \times 10^{-4} \text{y}^{-1}$
Rn	86	222	0.1812d^{-1}
RaA	84	218	0.227m^{-1}
RaB	82	214	$2.59 \times 10^{-7} \text{m}^{-1}$
RaC ₁	83	214	$3.55 \times 10^{-7} \text{m}^{-1}$
RaC ₂	84	214	$7.7 \times 10^{-7} \text{s}^{-1}$
RaD	82	210	$4.33 \times 10^{-7} \text{y}^{-1}$
RaE	83	210	0.143d^{-1}
Po	84	210	$5.08 \times 10^{-7} \text{d}^{-1}$
Pb	82	206

附註：(一)上表中y爲年，d爲日，m爲分，s爲秒。

$$\begin{aligned}
 \text{(二)由第三節公式(4)} \quad t &= \frac{1}{\lambda} \log_e \frac{N_0}{N} ; \lambda = \frac{\log \frac{N_0}{N}}{t} \\
 &= \frac{\log N_0 - \log N}{0.43 t} \quad 0.43 = \log_{10} e. \quad N_0, N \text{ 和 } t \text{ 皆可測得故 } \lambda \text{ 不} \\
 &\quad \text{難求得也。}
 \end{aligned}$$