НОВЫЙ МЕТОД ДЛЯ РАСЧЁТА НЕРАВНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ ГРУНТОВЫХ ВОД ПРИ НАКЛОННОМ ВОДОУПОРЕ

Чжан Чжун-инь

(Кафедра гидрогеологии и инженерной геологии Пекинского геологического института)

Существуют различные методы гидравлического расчёта движения грунтового потока в однородной среде при плоском наклонном водоупоре. Эти методы характеризуются различной степенью приближенности. Так, формула Г. Н. Каменского [1] не имеет строгого теоретического обоснования. Метод акад. Н. Н. Павловского[2] тоже в известной мере является приближенным; по этому методу поверхности равных напоров в условиях плоской задачи рассматриваются как вертикальные плоскости. Это предположение, конечно, близко к действительной картине движения, но всё же нточно.

Несмотря на это, метод Павловского можно считать в настоящее время самым лучшим, так как он основан на строгом теоретическом математическом выводе и основные положения этого метода очень близки к истинной картине движения, когда уклон водоупора и депрессионой поверхности невелики.

Большая трудоёмкость и неудобность при расчёте расхода по методу Павловского являются, как нам кажется, его основным недостатком; в этом отношении приближенная формула Каменского представляется более удобной.

Предполагаемый новый метод, изложенный в настоящей статье, также является приближенным; но он основан на достаточно строго теоретическом выводе. Определение расхода и построение кривой дипрессии по этому методу проще и удобнее, чем метод Павловского.

1. Основные принципы предполагаемого метода

Сначала рассмотрим грунтовый поток при обратном уклоне водоупора, т. е. когда $i<0$.

На рис. 1. показана физическая картина движения в однородном пласте при наклонном водоупоре. Линия тока на границе плоского наклонного водоупора должна быть прямой; линия тока на поверхности грунтовых вод—кривая депрессии должна быть кривой. Поэтому линии тока между указанными пограничными линиями должны быть кривыми, но кривизна этих линий тока, очевидно, уменьшается книзу до нуля. Если кривизна поверхности грунтовых вод небольшая, то линии тока можно практически считать прямыми.

В условиях движения при обратном уклоне водоупора представим себе горизонтальная плоскость, которая разделяет грунтовый поток на две части: верхнюю, характеризующую безнапорным движением (рис.1(б)), и нижнюю, движение в которой

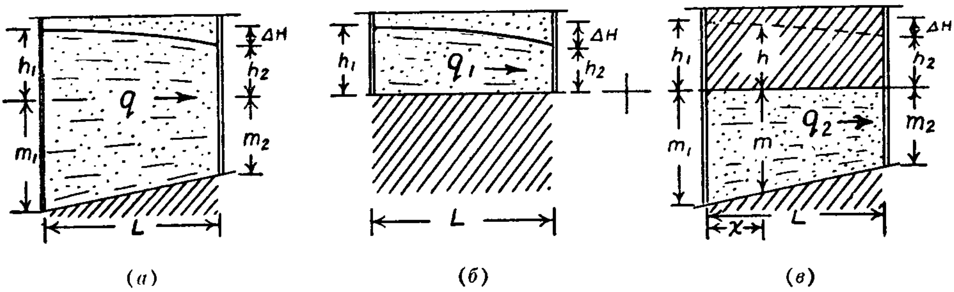


Рис. 1. Схема движения грунговых вод в однородном пласте при наклонном водоупоре и разделения грунтового потока на две части.

рассматривается как напорное (рис.1 (в)).

Таким образом, мы имеем

$$q=q_1+q_2, \tag{1}$$

где q—единичный расход всего потока (расход, отнесенный к единице ширины потока);

q_1—единичный расход потока верхней части;

q_2—единичный расход потока нижней части.

q_1 можно определить по общеизвестной формуле:

$$q_1=k\cdot\frac{h_1^2-h_2^2}{2L}=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\cdot\frac{h_1+h_2}{2}, \tag{2}$$

где k—коэффициент фильтрации водоносного пласта;

h_1,h_2—мощности грунтового потока в верхней части в первом и втором сечениях;

L—горизонтальное расстояние от первого до второго сечения.

q_2 можно определить по следующей формуле В. И. Давидовича[3]:

$$q_2=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\cdot\frac{m_1-m_2}{\ln m_1-\ln m_2}, \tag{3}$$

где m_1,m_2—мощности грунтового потока в нижней части в первом и втором сечениях.

Подставляя (2) и (3) в (1), получим:

$$q=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\left(\frac{h_1+h_2}{2}+\frac{m_1-m_2}{\ln m_1-\ln m_2}\right). \tag{4}$$

Установим теперь местоположение горизонтальной плоскости, разделяющей весь грунтовый поток на верхнюю и нижнюю части.

Предварительно необходимо прежде всего изучать действительную картину распределения линий равных напоров в вертикальном разрезе. Линии равных напоров должны быть перпендикулярны к линиям тока, поэтому линии равных напоров должны быть перпендикулярны к водоупору и поверхности грунтого потока. Если кривизна поверхности грунтового потока небольшая, то линии равных напоров можно практически считать перпендикулярными к прямой линии AC (см. рис. 2), пересекающейся с поверхностью грунтового потока в первом и втором сечениях. Если мы продолжим эту линию до пересечения её с водоупором в точке O, то дуги концентрических кругов с центром в O будут очень близки к истинным линиям равных напоров.

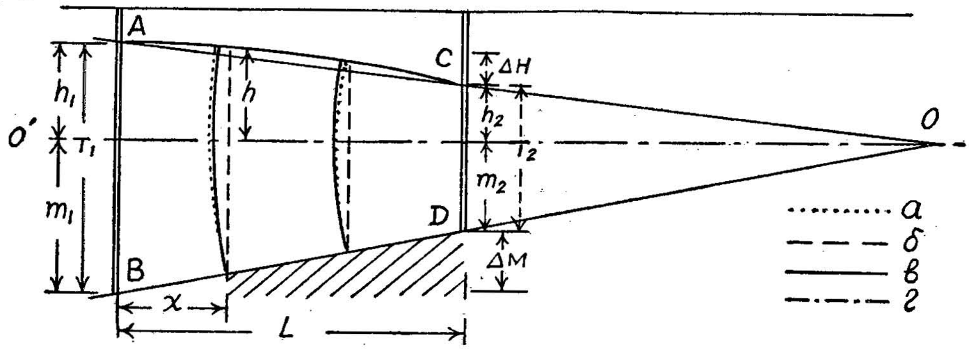


Рис. 2. Линии равных напоров: *а*-истинные; *б*-по предложению Н. Н. Павловского; *в*-по предложению автора; *г*-горизонтальная плоскость, делящая поток на две части.

Горизонтальная линия OO', проведенная через O, будет искомой горизонтальной плоскостью потому, что эта плоскость перпендикулярна к дугам концентрических кругов.

На рис. 2 очевидно мы имеем:

$$\frac{h_1}{T_1}=\frac{h_2}{T_2}=\frac{h_1+h_2}{T_1+T_2}=\frac{h_1-h_2}{T_1-T_2}=\frac{\Delta H}{T_1-T_2}, \tag{5}$$

$$\frac{m_1}{T_1}=\frac{m_2}{T_2}=\frac{m_1-m_2}{T_1-T_2}=\frac{\Delta M}{T_1-T_2}, \tag{6}$$

где T_1, T_2—мощности грунтового потока над водоупором в первом и втором сечениях;

$$\Delta M=m_1-m_2=T_1-T_2-\Delta H.$$

Тогда мы будем иметь из (2) и (5):

$$q_1=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\cdot\frac{h_1+h_2}{2}=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\cdot\frac{\Delta H}{2}\cdot\frac{T_1+T_2}{T_1-T_2} \tag{7}$$

и из (3) и (6)

$$q_2=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\cdot\frac{m_1-m_2}{\ln m_1-\ln m_2}=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\cdot\frac{\Delta M}{\ln T_1-\ln T_2}. \tag{8}$$

Суммируя (7) и (8), получаем:

$$q=q_1+q_2=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\left[\frac{\Delta H}{2}\cdot\frac{T_1+T_2}{T_1-T_2}+\frac{\Delta M}{\ln T_1-\ln T_2}\right] \tag{9}$$

или

$$q=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\left[\frac{\Delta H}{2}\cdot\frac{T_1+T_2}{T_1-T_2}+\frac{0.434(T_1-T_2-\Delta H)}{\lg T_1-\lg T_2}\right]. \tag{10}$$

По формуле (9) или (10) можно определить расход грунтового потока не только при обратном уклоне водоупора, но и при прямом уклоне водоупора, если заданы величины k, L, T_1, T_2 и ΔH.

2. Анализ полученных решений

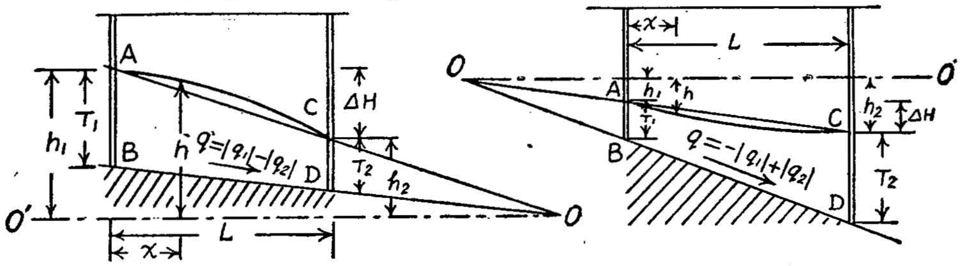
Приведем краткий анализ зависимости (10) при различных случаях движения.

При обратном уклоне водоупора $\Delta M>0$, т. е. $T_1>T_2+\Delta H$, мы имеем: $q_1>0$, $q_2>0$ и $q=|q_1|+|q_2|$ (рис. 2).

При прямом уклоне водоупора $\Delta M<0$, т. е. $T_1<T_2+\Delta H$. Здесь могут быть две формы кривой депрессии:

а. кривая спада (рис. 3а) при $T_1>T_2$; в этом случае $q_1>0$, но $q_2<0$ и $q=|q_1|-|q_2|$. Здесь q_2—фиктивный, воображаемый расход вспомогательного потока в области, ограниченной водоупором BD и горизонтальной плоскостью OO'.

б. кривая подпора (рис. 3б) при $T_1<T_2$; в этом случае $q_1<0$, но $q_2>0$ и $q=-|q_1|+|q_2|$. Здесь q_1—также фиктивный, воображаемый расход вспомогательного потока в области, ограниченной прямыми OO' и AC.



а б

Рис. 3. Схема движения грунтового потока при прямом уклоне водоупора. *а*-кривая спада; *б*-кривая подпора.

В условиях, близких к равномерному движению, когда T_1 и T_2 весьма близки между собой, пользование формулой (10)-затруднительно. Можно полученное решение представить в форму, удобной для расчётов.

Рассмотрим случай, когда движение происходит при обратном уклоне водоупора. Этот случай характеризуется тем, что $\Delta M>0$, т. е. $T_1>T_2+\Delta H$, и $0<\frac{T_1-T_2}{T_2}<1$.

Формулу (9) можно перестроить следующим образом.

$$q=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\left[\frac{\Delta H}{2}\cdot\frac{T_1+T_2}{T_1-T_2}+\frac{T_1-T_2-\Delta H}{\ln T_1-\ln T_2}\right]=$$

$$=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\left[\frac{\Delta H}{2}\cdot\frac{\Delta T+2T_2}{\Delta T}+\frac{\Delta T-\Delta H}{\ln\left(1+\frac{\Delta T}{T_2}\right)}\right]=$$

$$=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\left[\frac{\Delta H}{2}+\frac{\Delta H\cdot T_2}{\Delta T}+\frac{\Delta T-\Delta H}{\ln\left(1+\frac{\Delta T}{T_2}\right)}\right], \qquad (11)$$

где $\Delta T=T_1-T_2$.

Обращаясь к последнему члену в скобках и обозначая $\frac{\Delta T}{T_2}=u$, заметим, что величину $\frac{1}{\ln(1+u)}$ можно представить в виде:

$$\frac{1}{\ln(1+u)}=\frac{1}{u-\frac{u^2}{2}+\frac{u^3}{3}-\frac{u^4}{4}+\cdots\cdots+(-1)^{n+1}\frac{u^n}{n}+\cdots\cdots}=$$

$$=\frac{1}{u}\cdot\frac{1}{1-\left(\frac{u}{2}-\frac{u^2}{3}+\frac{u^3}{4}-\cdots\cdots\right)}=\frac{1}{u}\cdot\left[1-\left(\frac{u}{2}-\frac{u^2}{3}+\frac{u^3}{4}-\cdots\cdots\right)\right]^{-1}=$$

$$=\frac{1}{u}\cdot\left[1+\frac{u}{2}-\frac{u^2}{12}+\frac{u^3}{24}-\cdots\cdots\right]=\frac{1}{u}+\frac{1}{2}-\frac{u}{12}+\frac{u^2}{24}-\cdots\cdots.$$

Ограничиваясь приведенными членами, преобразуем (11)

$$q=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\left[\frac{\Delta H}{2}+\frac{\Delta H}{\Delta T}\cdot T_2+(\Delta T-\Delta H)\left\{\frac{T_2}{\Delta T}+\frac{1}{2}-\frac{1}{12}\left(\frac{\Delta T}{T_2}\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{24}\left(\frac{\Delta T}{T_2}\right)^2-\cdots\cdots\right\}\right]=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\left[T_2+\frac{\Delta T}{2}-\frac{1}{12}\cdot\frac{\Delta T}{T_2}(\Delta T-\Delta H)+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{24}\left(\frac{\Delta T}{T_2}\right)^2(\Delta T-\Delta H)-\cdots\cdots\right]=$$

$$=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\left[\frac{T_1+T_2}{2}-\frac{1}{12}\cdot\frac{(T_1-T_2)\cdot(T_1-T_2-\Delta H)}{T_2}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{24}\cdot\frac{(T_1-T_2)^2(T_1-T_2-\Delta H)}{T_2^2}-\cdots\cdots\right]. \qquad (12)$$

Если $\frac{T_1-T_2}{T_2}\ll 1$, то последний член в скобках пренебрежимомал и вместо (12) получим

$$q=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\cdot\left[\frac{T_1+T_2}{2}-\frac{1}{12}\cdot\frac{(T_1-T_2)\cdot(T_1-T_2-\Delta H)}{T_2}\right]. \qquad (13)$$

Если движение происходит при прямом уклоне водоупора, то кривая подпора характеризуется условием $\Delta M<0$, т. е. $T_1<T_2+\Delta H$, и $0<\frac{T_2-T_1}{T_1}<1$. Аналогично, вышеприведенную формулу (9) можно перестроить следующим образом.

$$q=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\left[\frac{\Delta H}{2}\cdot\frac{\Delta' T+2T_1}{-\Delta' T}+\frac{\Delta' T+\Delta H}{\ln\left(1+\frac{\Delta' T}{T_1}\right)}\right]=$$

$$=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\left[-\frac{\Delta H}{2}-\frac{\Delta H}{\Delta' H}\cdot T_1+(\Delta' T+\Delta H)\left(\frac{T_1}{\Delta' T}+\frac{1}{2}-\frac{-1}{12}\ \frac{\Delta' T}{T_1}+\cdots\cdots\right)\right]=$$

$$=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\left[T_1+\frac{\Delta' T}{2}-\frac{1}{12}\cdot\frac{\Delta' T\ (\Delta' T+\Delta H)}{T_1}+\cdots\cdots\right],$$

где $\Delta' T=T_2-T_1$. Таким образом, окончательно имеем

$$q=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\left[\frac{T_1+T_2}{2}-\frac{1}{12}\cdot\frac{(T_1-T_2)(T_1-T_2-\Delta H)}{T_1}+\cdots\cdots\right], \qquad (14)$$

что совпадает с формулой (13), кроме T_1 в знаменателе второго члена в скобках.

Если $T_1=T_2$, т. е. в условиях равномерного движения, из формулы (13) и (14) имеем:

$$q=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\cdot\frac{T_1+T_2}{2}=k\cdot\frac{\Delta H}{L}\cdot T_1=k\cdot\frac{\Delta H}{2}\cdot T_2 \tag{15}$$

которая совпадает с формулой, выражающей закон Дарси, и также с грубо приблизительной формулой Г. Н. Каменского.

3. Построение кривой депрессии при наклонном водоупоре

Если известно L, T_1, T_2 и ΔH или имеется разрез, из которого видно положение зеркала и водоупора в первом и втором сечениях (точки A, B, C, D в рис. 2 и 3), то можно провести горизонтальную плоскость OO'. Тогда соответственно будут известны величины h_1 и h_2.

Если x—горизонтальное расстояние от первого сечения до любого промежуточного, где мощность грунтового потока над (для рис.2 и 3а) или под (для рис. 3б) горизонтальной плоскостью $OO'=h$, то можно исходить из

$$q_1=k\cdot\frac{h_1^2-h^2}{x}. \tag{16}$$

Из формул (2) и (16) мы получаем:

$$\frac{h_1^2-h^2}{x}=\frac{h_1^2-h_2^2}{L} \tag{17}$$

или

$$h=\sqrt{h_1^2-\frac{x}{L}(h_1^2-h_2^2)}. \tag{18}$$

По формуле (17) или (18) можно построить кривую депрессии для грунтового потока при наклонном водоупоре без данных о коэфициенте фильтрации и расходе потока. Этот метод проще и удобнее, чем трудоёмкий метод Н. Н. Павловского.

Заключение

1. При определении расхода грунтового потока в условиях наклонного водоупора можно рекомендовать формулу (10) кроме тех случаев, когда $0<\frac{T_1-T_2}{T_1}<1$ или $0<\frac{T_2-T_1}{T_2}<1$; тогда следует исходить из формул (12) или (14).

2. Предполагаемый метод, конечно, нуждается в проверке и сопоставлении результатов расчёта с фактическими или экспериментальными данными.

3. Определение глубины подземного потока при известном q следует производить методом Н. Н. Павловского.

4. Построение кривой депрессии грунтового потока при наклонном водоупоре следует производить по новому методу.

Литература

[1] Каменский, Г. Н., 1943. Основы динамики подземных вод. Госгеолиздат

[2] Павловский, Н. Н., 1930. Неравномерное движение грунтовых вод. Гос. ин-т сооружений, сообщение 19.

[3] Давидович, В. И., 1949. Некоторые вопросы неравномерного движения подземных вод в артезианских пластах. Записки Ленинградского горного института, том XXIII.