地 質 學 報
第33卷 第3期 1953年10月

河流發育的力學分析

張 鑑 模
（中 央 地 質 部）

引 言

本文係綜合地質學與力學的原則來分析地形學上的河流發育現象。第一、二節爲一般的解釋與分析，說明河流形態及流動的動力因素，作爲第三、四、五節研究的基礎。在第三、四、五節則對於河流平衡橫剖面、縱剖面及偏向現象用力學法則加以證明，使之成立力學公式，藉以研究地質地形學規律，校驗其科學性；並討論其運用于實際工程措施上之情況，該三段爲本文的主要內容。

一、河流發育略說

河流爲主要地形現象之一，在地形學研究範圍內占甚重要地位。當流水運動時同時亦在作功。根據力學法則，流水所作的功直接決定於流速及水的質量，換言之，即決定於動能（Живая сила）[1]。因動能發生變化，而產生侵蝕作用、搬運作用與沉積作用。侵蝕作用發生於動能勝於河床岩石微粒的重力時，若動能不足以生侵蝕作用時可以產生搬運作用，但其能量若尙不足搬運微粒時就發生沉積現象。按河流發育過程而言，約可劃分爲三區：上游以侵蝕作用爲主，中游則蝕積幾相接近，下游則以沉積作用爲主。以力的作用方向言，上游以下蝕力爲主，中下游以旁蝕力爲主；在河流發育歷史甚長，侵蝕、沉積作用進行相當時期之後，則河床形態漸漸固定接近於平衡狀態，而具有一個較穩定的縱剖面與橫剖面。河流初成之時，由於下蝕力的作用產生V形河谷，以後V形谷逐漸開敞，此開敞之因並不是由於旁蝕力而是由於雨水冲刷、土滑作用及溝蝕作用的累積和加劇的結果。迨及河流旁蝕力漸長時，河曲（Meander）漸次發育，流線彎曲而連鎖山嘴

1）動能 $T=\frac{MV^2}{2}$，M 爲質量，V 爲速度，見包洛文金（А. А. Половинкин）著“普通自然地理”（中文版第110頁）。

(Interlocking spur) 漸漸顯著，同時因爲主溜 (Main current) 的左右搖擺，使河曲在凹坡 (Under cut slope) 及凸坡 (Slip off slope) 二方面發生不等量的侵蝕與堆積，因而使V形谷變成不對稱的⊬形或∖形谷。以後彎曲增大，並不斷地向下游推移，兩旁連鎖山嘴因被切去，而呈平行谷壁；河曲蜿蜒其間，發育河曲帶 (Meander belt)。再後因河流彎曲日甚，乃漸具有河曲帶的河曲 (Meander-belt meander) 的現象，兩旁谷地大見推廣，寬者可達二十倍於河身的寬度。常因河流天然截彎取直作用，乃產生牛軛湖 (Oxbow lake)、離堆山 (Cut-off spur) 等現象，而河旁谷地的橫剖面演成扁⌊—⌋形。此後河流坡度極平，與基準面 (Base level) 幾相接近，若無基面變動（包括正的或負的——海水升降或地面降陷）則河流的侵蝕、沉積平衡狀態當有存在。

凡河流發育過程及時期的長短，視岩性、地質構造、流量、流速及地面其他條件之存在而異。自然現象是錯綜複雜的，因此，研究河流的發育並不能孤立地單按地質地形因素來分析。蘇聯有水力地質學者，即綜合地質、水文、水力學等原則而研究其有關的自然現象。過去研究地形學者，對於河流發育每只注意其形態而忽略其力學方面的因素，因之對一河流發育現象的闡述亦常不透澈。而戴維斯 (William Davis) 的侵蝕輪迴學說，因只從形態上研究，故產生輪迴說的唯心觀點。所以我們研究河流不但應從形態上去觀察，而且應推究其所以然的道理。整個河流發育情況的明確常有助於實際工程的措施，所以不但在學理上有研究的價值，且具有實用的意義，此已爲若干地質學者所注意。

二、河流旁蝕作用的分析

河流旁蝕結果使河流發生河曲，上游河流因比降大，河流下蝕力强，下游河流因比降漸小，下蝕力漸弱而旁蝕力加强。推究旁蝕力發生的原因，有的說是因爲地球轉動，有謂由於河道比降的變化，有持水位漲落之說者，實均未說中要害。產生旁蝕力最主要的原因係由於河流有橫降 (Cross slope)，因有橫降，水流乃順之而生橫溜 (Transverse or Cross-current)，並引動主溜冲岸，此冲岸之溜爲造成河曲的主因。一般水功學者均知河流在彎曲處發生離心力而使彎曲處之水面不平，具有一高度差[1][見下頁]，是只注意橫溜而忽略了主溜冲岸的力量及方向變化的影響。

天然河流不可能爲十分挺直者，如微有彎曲，河流即以主溜按速度 v 向彎處 X 點冲去，流水方向與 X 點切線方向 YY' 成 θ 角度（圖 1)。

在 XX' 方向的分加速度爲 $\frac{dv}{dt}\sin\theta$，離心加速度爲 $\frac{v^2}{r}$，故 XX' 方向的總加速度爲

$$\alpha_x=\frac{dv}{dt}\sin\theta+\frac{v^2}{r},$$

橫降爲

$$\beta=\frac{\frac{dw}{g}\alpha_x}{dw}=\frac{1}{g}\left(\frac{dv}{dt}\sin\theta+\frac{v^2}{r}\right)$$

上式的 dv 爲瞬時速度，dt 爲瞬時時間，dw 爲水分子的自身重量，g 爲重力加速度，r 爲曲率半徑。

以上所計算者係基於全橫剖面的速度一致爲 v 時的假定，但因在河底的速度小於 v，故在凹岸河底的水分子，轉向低壓的區域，按此方式遂發生一螺旋形水流，在凹岸冲刷河床（圖 2）。

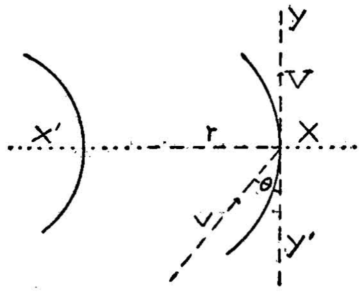

圖 1

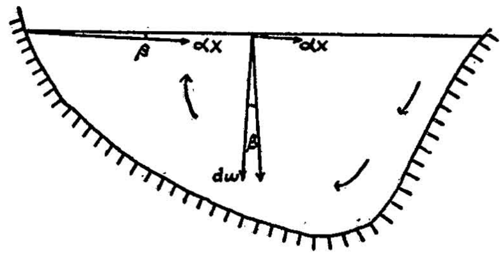

圖 2

1）在彎道內橫剖面的最深點，係接近於凹岸，而在該處的水面較高於凸岸的水面，同時又被水平離心力 $\frac{dw}{g}\cdot\frac{V^2}{x}$ 作用而向外(凹岸)，此時水面遂保持與重力與離心力之合力成垂直的位置，因此水面的橫坡度爲：

$$\frac{dz}{dx}=\frac{\frac{dw}{g}\cdot\frac{V^2}{x}}{dw}$$

$$gdz=V^2\frac{dx}{x}$$

$$\therefore\qquad gz=V^2\log_e x+C$$

式中 z 爲 x 處水面與凸岸水面高度之差，在 $x=R_1$ 處水面的升高度 z 爲0，

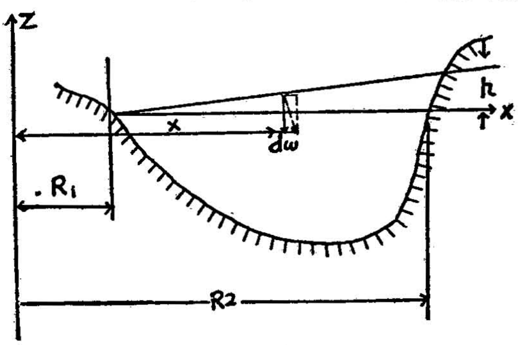

圖 7

故 $0=V^2\log_e R_1+C$. 若假設在橫剖面內各處的速度相同,則表示水面的方程式爲 $z=\frac{V^2}{g}\log_e\frac{x}{R_1}$，而凹岸與凸岸水面的高度差爲 $h=\frac{V^2}{g}\log_e\frac{R_2}{R_1}=2.30\frac{V^2}{g}\log\frac{R_2}{R_1}$. 此項證明見Armin schohiitsch著，汪胡楨譯，水利工程學（147 頁)。

橫溜冲移力爲 $\tau=\rho\beta R$（ρ 爲水比重，R 爲水力半徑）[1]。

如河流質地均匀河身挺直，即 $\theta=0°$ 時，則主溜與岸平行，而 $\frac{dv}{dt}\sin\theta=0$，同時爲直線運動無離心力（$\gamma\to\infty$），在冲岸角度達 90° 時，旁蝕力最大，蓋此時不特爲正弦値最大之時，抑且 γ 爲最小（γ 是曲率半徑），而離心力最大。故河流旁蝕力的大小須視主溜冲岸的速度、角度與流線的曲率半徑大小而定，冲岸角度愈大時，不特冲力愈大而離心力亦愈大，則旁蝕力自亦愈大。

就上游的河流而言，河流亦絕非挺直者，但何以橫溜不能產生可觀的河曲呢？理由是此時河流的比降（縱）遠大於橫降，而橫溜與引動主溜冲岸的推移力竟相對成爲微不足道。因按杜波福（Du Boy）理論 $\tau=\rho JR$（τ 爲冲移力，ρ 爲水比重，R 爲水力半徑，J 爲比降），此時 J 甚大，而橫降 β 相對言甚小，故下蝕力遠大於旁蝕力。世界各大河流，上游均爲深槽，迨及下游因比降微，流速按平方地減小（水力學：$v=c\sqrt{RJ}$，v 爲流速，R 爲水力半徑，J 爲比降，c 爲常數）。同時各支流匯合，流量大增，按 $Q=Av$（Q 爲流量，A 爲橫剖面積，v 爲流速），v 減小，Q 增大，而 A 乃不得不增。若上游至下游比降變化大時，流速變化亦大，按水力學原則，河中水流爲連續流（Continuity of flow），其公式爲 $A_1v_1=A_2v_2$，A 爲橫剖面積，v 爲流速，流速 v_2 較 v_1 爲小，而橫剖面 A_2 乃不得不較 A_1 爲大（設上下段河流的 Q 不變）。增加橫剖面積的方法有二：一爲加深，一爲加寬。但下游因近基面，加深乃成爲不可能的事，故不得不增其寬度，再因冲岸的溜的影響，自更增加河身的寬度。同時下游河中泥沙來源較排泄量爲大（比降小，河流攜帶力弱，排泄量自小，因[2] $d^3\infty v^6$，d 爲沙粒直徑，v 爲流速，而 $v^2\infty J$，J 爲比降），尤以洪水期時，河底中心爲携帶物的孔道，懸浮物亦聚於河流主軸上，在落水時減速，此項泥沙首先淤積，更足使河道淺塞，而至發生分叉現象。

河流下游多爲冲積平原，抗蝕力弱，土質疏鬆，易於冲刷，使大量泥沙入河，乃於凸岸處沉積，但凹岸處因冲刷而使河床日趨彎曲，彎曲愈大，冲刷愈甚，終至有天然截彎取直與離堆山的發育。

---

1) $\tau=\rho\beta R$，ρ 爲單位容積中河水的重，β 爲傾斜度，R 爲水力半徑（Profilradius），$R=\frac{A}{P}$，A 爲橫剖面積，P 爲濶周（見209頁，註三）。

2) 單位面積上水的動能爲 $\frac{V^2}{2g}$（V 爲流速，以秒公尺計；g 爲地心引力加速度，以每秒公尺計），令沙粒的直徑爲 d，其受冲面積爲 d^2，其阻力應與重量成比例而爲 Kd^3，如是冲刷力 $\frac{V^2}{2g}cd^2=c'V^2d^2$，與阻力 Kd^3 相等時即開始運動，所以得 $Kd^3=c'V^2d^2$；$\therefore d^3\infty V^6$，一般最通俗的說法是 $d\infty V^2$。

横溜及主溜冲岸爲河曲生成的條件。曾經有人實驗[1]，但其理何故，以後無人闡述。其法以小型河道由一均一物質構成，製爲直槽，流水爲一常量，結果仍發展爲一迂迴河身，其因爲泥沙的沉積與河岸坍崩，而使水流生局部的紊亂，於是主溜開始左右搖擺，换言之，即上證的主溜與河岸成一角度時，冲刷立即開始，如果河身本非挺直者，加上横溜的作用，自更有利於河曲的發展。試驗中曾發見主溜頂衝角度愈大，彎曲的長度減，彎曲的寬度增，即彎曲半徑愈小，冲刷力愈大，均與上述 $\beta=\frac{1}{g}\left(\frac{dv}{dt}\sin\theta+\frac{v^2}{\gamma}\right)$ 及 $\tau=\rho\beta R$ 原則相吻合。

基於以上理由，河流下游平原內的河槽大半爲寬闊的平底槽，如黄河孟津以下，密西西比河孟非斯 (Memphis) 以下均如此。其寬與深的比在 50:1 以上，習乎此，凡水利學者用上游治河之法，而欲下游"以堤來水，以水攻沙"而求得深槽乃違反自然規律的事。人工的截彎取直亦有同樣毛病，例如 1934—1938 年北美密西西比河於十三處截彎取直的結果，大半在截彎取直完成後，當地流速大增（因坡度變成較陡），二岸崩塌加速，河道雖有局部的刷深，但下游隨即淤墊而發生新彎，因中下游河流有保持長度一致的趨勢，某段因截彎取直而縮短距離，但在其他河段則使彎曲擴大，加長長度，或則發生新彎[2]。是以治理下游的截彎取直工程，雖於短期內可奏功效，但非治本之策。

三、河流平衡横剖面的研究

河流有冲刷河床之力，可使河流縱的流線與横的剖面上成功頗爲平滑而較爲穩定的曲線，此曲線謂之平衡剖面。此剖面的存在並不是永久的，而是移動的，即河流可以在平衡附近移動。同時此平衡剖面可以是蝕積平衡的，可以是侵蝕平衡的，又可以是沉積平衡的。在地質複雜區域，第一種平衡爲常見，在鬆軟而比較均一性的地質區域以第二種平衡爲常見，在物質供給太多時，第三種平衡爲常見。設若在一個地質情况均一的區域，則天然河流所發生的平衡的條件及所產生的横剖面狀況，當可由理論上探找而得。

在横剖面上，河流具有冲刷力，冲刷潤周 (Wetted perimeter)[3] 上各點，如冲刷力較潤周各點的抗移力爲大時，則冲刷發生，若水流的冲刷力量適等於潤周

1) 見張含英著"水力學"，1942—44 年美國水道實驗所報告。

2) 見 Lobeck, A. K.,"Geomorphology" p. 227.

3) 潤周 (Wetted perimeter) 爲河床底面與水接觸各點的連線。

上沙土的抗移力時，則河床橫剖面即呈平衡狀態。

設0點爲剖面潤周上一點，該處土礫在水中的自重爲 w，水流的推移力爲 τ，沙土的抗移力爲 F。根據靜力學的平衡定律，求取沙粒在該點切線面上的平衡條件爲，0點沙粒自重在切線方向的分力爲 $w\sin\alpha$（α 爲該點切線與水平方向所夾之角度），與垂直於橫剖面的水流推移力向量相加之合力，必須與抗移力相等，即：

$$(w\sin\alpha)^2+\tau^2=F^2.$$

設水流推動力與水深一次方成正比，即 $\tau=kt$（k 爲常數，t 爲水深），則上式爲

$$(w\sin\alpha)^2+(kt)^2=F^2,$$

$$(kt)^2=F^2-(w\sin\alpha)^2. \qquad (1)$$

在水深最大之 t_0 處，$\alpha=0$，代入上式得

$$kt_0=F. \qquad (2)$$

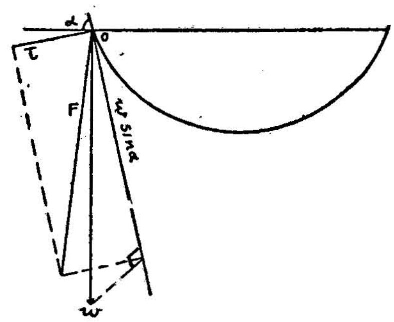

圖 3

在渠邊水深 $t=0$ 處，$\alpha=\theta$（θ 爲渠道剖面曲線與水面交點的切線與水面所夾的角度），代入（1）式得

$$w\sin\theta=F \qquad 或\ \sin\theta=\frac{F}{w}.$$

以(1)/(2)得 $$\left(\frac{t}{t_0}\right)^2=\frac{F^2-(w\sin\alpha)^2}{F^2}=\frac{\left(\frac{F}{w}\right)^2-\sin^2\alpha}{\left(\frac{F}{w}\right)^2} \qquad (4)$$

以（3）代入（4）得 $$\left(\frac{t}{t_0}\right)^2=\frac{\sin^2\theta-\sin^2\alpha}{\sin^2\theta},$$

則 $$\sin\alpha=\sin\theta\sqrt{1-\left(\frac{t}{t_0}\right)^2}, \qquad (5)$$

或 $$\frac{t}{t_0}=\sqrt{\frac{\sin^2\theta-\sin^2\alpha}{\sin^2\theta}}. \qquad (6)$$

（6）式若 $\alpha=\theta$，$\frac{t}{t_0}=0$，當 $\alpha=0$ 時，$\frac{t}{t_0}=1$。

在斷面上任意一點得下列關係（圖4）

$$\tan\alpha=\frac{dt}{dx},$$

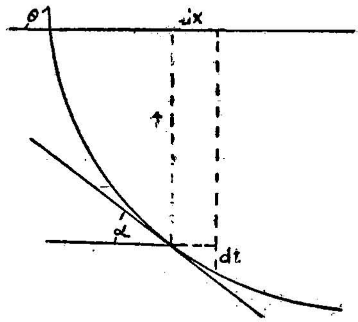

圖 4

$$\frac{dt}{dx}=\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}. \tag{7}$$

以 (5) 式代入 (7) 式並積分，得

$$\int_0^x \frac{dx}{t_0}=\int_0^{\frac{t}{t_0}}\sqrt{\frac{1-\sin^2\theta\left[1-\left(\frac{t}{t_0}\right)^2\right]}{\sin^2\theta\left[1-\left(\frac{t}{t_0}\right)^2\right]}}\,d\frac{t}{t_0}, \tag{8}$$

或

$$\frac{x}{t_0}=\int_0^{\frac{t}{t_0}}\sqrt{\frac{\csc^2\theta-\left[1-\left(\frac{t}{t_0}\right)^2\right]}{1-\left(\frac{t}{t_0}\right)^2}}\,d\frac{t}{t_0}. \tag{9}$$

(8), (9) 二式中的 $\frac{t}{t_0}$ 爲横剖面上某點水深與最大水深的比，故曲線形狀爲平坦抑陡直，當視 θ 角而决定，此角可謂沙土抗移力的表現。

茲計算並繪製 $\theta=45°$，$60°$，$90°$ 的斷面曲線如表 I 及圖 5。

表 I

$\frac{t}{t_0}$	$\frac{x}{t_0}$，$\theta=45°$ 時	$\frac{x}{t_0}$，$\theta=60°$ 時	$\frac{x}{t_0}$，$\theta=90°$ 時
0	0	0	0
0.1	0.10	0.058	0.005
0.2	0.20	0.12	0.015
0.3	0.31	0.19	0.040
0.4	0.42	0.26	0.077
0.5	0.54	0.34	0.127
0.6	0.67	0.43	0.193
0.7	0.83	0.55	0.28
0.8	1.02	0.69	0.39
0.9	1.27	0.89	0.56
0.92	1.34	0.94	0.61
0.94	1.41	1.00	0.66
0.96	1.51	1.08	0.72
0.98	1.62	1.18	0.80

由上列的證明，我們應注意者爲泥沙的抗移力如何，關係安全角度（Angle of repose）的大小。因爲 $\sin\theta=\frac{F}{w}$，$\theta=\sin^{-1}\frac{F}{w}$，如抗移力大時則安全角度 θ 較大，抗移力小時則 θ 較小。河流上游多爲石質底基，故抗移力甚大，爲達到力學上的平衡狀態，乃多成陡峻的V形谷；而下游冲積區因係鬆軟沙土底基，抗移力甚小，乃成較緩的坡度。由上圖可以見到安全角度愈大，則所成的平衡曲線愈形陡峻。

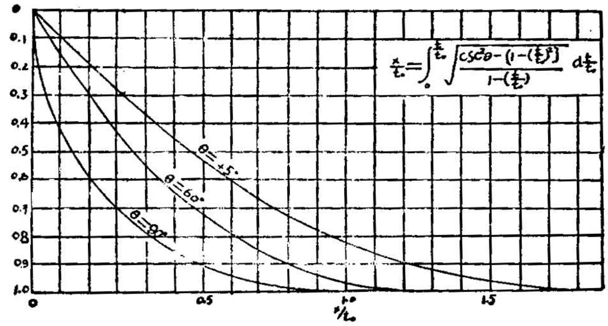

圖　5

推求平衡河床的横剖面，可由（8）與（9）决定潤周各點的理論横坡，然剖面面積及寬度與深度尙待决定（同一大小的各點横坡、面積及寬與深並不相同），此可由其他方法推算而得[1]。

四、河流平衡縱剖面的研究

觀察世界上各河流的縱剖面曲線多呈向上凹的抛物線形狀，而愈上愈陡，愈向下曲線愈平緩，以揚子江的比降爲例[2]可以見其一般。

表 II

河　段	平均比降	河　段	平均比降
唐格拉山至叙州	0.0071　0.00028	岳州至漢口	0.00024
叙州至重慶	0.00024	漢口至九江	0.00026
重慶至宜昌	0.00020	九江至蕪湖	0.00003
宜昌至岳州	0.00057	蕪湖至吳淞	0.000011

考査天然水道的縱剖面，可發見一顯著而極少例外的現象，即坡度亦與河床沉澱物顆粒的徑寸相似，係自河源至河口而逐漸減小。按斯忒恩堡（H. Sternberg）

1）可參考"水利"第15卷第1期范家驊：平衡渠道斷面形式之研究。

2）見鄭肇經著"河工學"。

氏所推定顆粒徑寸減小之律[1]為

$$w=w_0e^{-CL},$$

式中 L 為所論河段的長度（以米計），w_0 及 w 分別為在該段的起點及終點處顆粒的重量（以仟克計），而 C 為比磨損（以米$^{-1}$計）。因此，試求此定律與縱剖面形式的關係，乃極合乎邏輯之事，至少在顆粒因磨損而減小尺度的河段內為然。經研究若干河川縱剖面後，可知坡度 S 係與顆粒徑寸或重量 w 成比例，即

$$S=\frac{dZ}{dL}=\alpha\, w_0\, e^{-CL},$$

式中 Z 為河床在海平面上的高度（以米計），α 為一係數。

$$dZ=\alpha\, w_0\, e^{-CL}\, dL=\gamma\, e^{-CL}\, dL,$$

式中 γ 為一常數，於是得

$$Z=\gamma\, e^{-CL}+C.$$

在 $L=0$ 處，$Z=Z_0$，即

$$Z_0=\gamma+C.$$

最後遂得河道縱剖面的方程式為

$$Z-Z_0=\gamma(e^{-CL}-1)。$$

按此方程式所呈的曲線形狀，均為下凹的上陡下緩曲線。式中 Z_0 及 Z 為在距離 0 及 L 處，河床在海平面上的高度，例如萊因河（Rhine R.），牟斯河（Maas R.），恩斯河（Enns R.），謨爾河（Mur R.）的縱剖面俱與此方程式相合[2]。

此項河床負載物顆粒的徑寸與坡度的關係，至支流匯入時即被擾亂，或受天

1）斯忒恩堡氏確定沉澱小塊的減少重量與其經行距離的關系。他假設因磨損所致的重量損失與小塊的重 w 及經行距離 L 成正比例。命 w_0 為在所論河段內起點處小塊之重，又命 w 為該點處小塊之重，於是 $dw=-Cw\,dl$，或 $\log_e w=-CL+C$. 當 $L=0$ 時，$w=w_0$，故 $\log_e w_0=C$ 及 $\log\frac{w}{w_0}=-CL$ 或最後 $w=w_0e^{-CL}$。此處 C 為比磨損量，即一石塊原重一仟克，經行一米距離後所減少的重量隨石塊的岩石性質而異。數種石質的 C 值，今編列如下表：（若以小塊的體積代重量，在上公式亦可適用）

岩石	Cm^{-1}
灰質石灰岩	0.0000167
石灰岩	0.0000100
白雲岩	0.0000083
石英	0.0000033
片麻岩及花崗岩	自 0.0000053 至 0.0000033
角閃岩	自 0.0000035 至 0.0000020

2）見 Armin Schohlitsch 著，汪胡楨譯“水利工程學”。

然局部基面的影響，如在河流中有一段爲硬岩區，則河流發育的局部基面即以此硬岩面爲基面，如是每可使縱剖面的理想狀態受破壞。

若使基面高度上升或下降，則全縱剖面即以同量向上移或向下移，此即溯源侵蝕與三角洲生長的原因。例如在任何河段內的河床降低時，將影響流入該河各支流，而使其一律下降。同樣，河床高度上升，各支流亦必因此發生塡高現象。若河流注入一湖泊，而在彼成一三角洲，則河槽的長度與岩屑所取的途徑均經繼續伸長，而在該點的河床却爲湖中水位所限定保持不變的高度，河槽之因此增加長度者極巨。例如意大利波河 (Po R.) 三角洲按年前進 70 米，法國隆河 (Rhone R.) 前進 55 米，北美密西西比河 (Mississipi R.) 則竟爲 80—100 米左右。河槽的繼續向前發展，可使縱剖面加長，此實因河床（或即三角洲）不能伸展至湖水位所限定的河床高度之上。

五、河流偏向定律的證明

由於地球自轉的結果，風與流水方向，北半球向右偏，南半球向左偏，在平坦地方河流受構造的影響弱時，此一現象可以明顯易見。如西伯利亞諸河向北流，因右偏趨勢往往東岸成功凹坡，西岸爲凸坡，而東岸往往高拔於河底，西岸地勢低緩，河流常泛濫其上，故多利用東岸建立城市。在海濱平原上河流從西往東流，南岸成凹坡，北岸成凸坡，如長江兩岸南京與浦口、鎮江與瓜州甚爲顯著，黃河自潼關至陝州的一段中亦可以看出此種因素的作用。這種地形現象在地形學上已有記載，但其成功因素的分析與證明則未見之。玆研究於後：

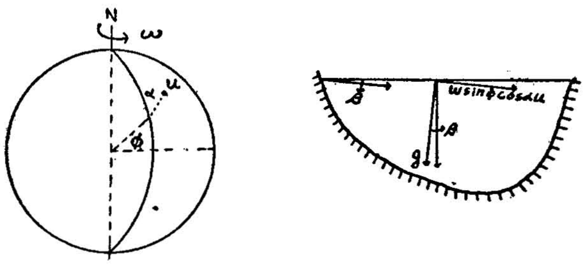

圖　6

設河道與經線所成角度爲 α，在緯度 ϕ 處流水的速度爲 U，地球半徑 R，地球自轉角速度 ω，則水流的東向分速度爲

$$V_x = U\sin\alpha + R\omega\cos\phi.$$

當水流由緯度 ϕ 流至 $\phi+d\phi$ 時(假定流速不變)，則東向分速度爲

$$V_x'=U\sin\alpha+R\omega\cos(\phi+d\phi).$$

東向的分速度在dt時間內的變化爲

$$\begin{aligned}DV_x=V_x'-V_x&=R\omega\cos(\phi+d\phi)-R\omega\cos\phi\\&=R\omega[\cos(\phi+d\phi)-\cos\phi]\\&=R\omega[\cos\phi-\sin\phi\sin d\phi-\cos\phi]\\&=R\omega[\cos\phi-\sin\phi\, d\phi-\cos\phi]\\&=-R\omega\sin\phi\, d\phi.\end{aligned}$$

東向的加速率

$$a_x=\frac{dV_x}{dt}=-\frac{R\omega\sin\phi\, d\phi}{dt}.$$

因　　$\dfrac{Rd\phi}{Udt}=cos\,\alpha,\qquad dt=\dfrac{Rd\phi}{U\cos\alpha},$

故

$$a_x=-\omega\sin\phi\ \cos\alpha\, U.$$

此種加速率的作用，使河道橫剖面的水面傾斜，其傾斜度(橫降)：

$$\beta=\tan\beta=-\frac{\omega\sin\phi\ \cos\alpha\, U}{g}.$$

此即第二節所述的橫坡而使橫溜沖刷河岸，水流所施於河床的推移力爲 $\tau=\rho\beta R$ (ρ 爲水比重，R 爲水力半徑)。按此推算，則黄河自開封至利津一段，其平均緯度爲 $\phi=36.5°$，$\alpha=53°$，今$\omega=\dfrac{2\pi}{1\text{日}}=0.000073$弧度/秒，$g=9.81$公尺/秒^2。設洪水的平均流速爲3公尺/秒，平均水深4公尺，則水面傾斜度應爲

$$\beta=\frac{0.000073\times0.595\times0.61\times3}{9.81}=0.0000081.$$

據 Krey 公式[1)][見下頁]計算，此種推移力可以推移2.6至4.3毫米直徑的沙粒。查黄河河床砂礫的直徑只爲0.066毫米，比較二値，證明所生副流可以沖刷河床。黄河自開封至利津一段險工大都迫近南岸，查黄河下游係沖積平原，其沙土的組合可謂均匀，而大溜偏向南岸，此種現象可以用地球自轉解釋之。又考黄河有史以來大徙六次，其中四次偏南，兩次偏北，其趨勢係向南遷徙，似亦與地球自轉有關。

以上的分析係假定河流爲自西南向東北流而作的向量分析，如果河流流向變

換，或許在南半球，則其結果即不相同。惟運用上述力學的向量分析方法，仍可得到一定的分析，可以據此類推，茲不贅述。

尾 言

本文於1951年草成於浙江大學，後承李春芬教授對地形學及自然地理方面有若干修正，石延漢教授對於力學公式的計算與地球物理方面亦有若干修正。1953年春袁復禮教授、岳希新先生、劉本巽先生等看過本文後提出若干意見，得獲修正，特此誌謝。

兩年來筆者於野外調查時，每亦常注意地質構造系統與河流發育的關係，其間常存有有趣的力學關係。若一區的地質構造調查清楚，則斷層、褶皺與乎河流發育的關係，常可探討出一定的原則，其與地質構造的壓應力、張應力、剪力間每存有一定的關係，即以微構造研究其間關係亦無不符合，當於另文討論之。

地質物理的研究，不特可以知某一現象的形式狀態，並且進而可以知其所以然。我們研究地質學當不應滿足於形式現象的研究，必須用其他科學的方法來豐富地質學的內容。建立地質物理實驗室，來研究各種地質物理現象，測定各種岩石、礦物、土壤的物理性質，這是十分必要的。這在學理上、實用上均將有莫大之幫助。筆者現因被調任管理教育檔案工作，無論野外室內均無復有機會推究此項原理，敢將一得之愚，貢諸同道。本文係綜合地質學與力學的方法對地質現象所作的初步研究，錯誤必多，希望先進同志們多所指正！

---

1) Krey 公式

$$T_C = C(\gamma_s - \gamma)\,dm$$

式中 C =常數，上限爲.074，下限爲0.45；

γ_s=沙質單位重量(公斤/立方公尺)；

γ =水的單位重量(公斤/立方公尺)；

dm=沙質平均直徑(公尺)；

T_C=臨界推移力(公斤/平方公尺)。

據 Shield 試驗結果，倘爲完全紊亂流，常數 C 可用 0.06。

另一公式爲

$$T_0 = \gamma' \frac{d}{8\text{至}Z_0}$$

式中 T_0 爲臨界推移力，γ' 爲泥沙單位容積的重，d 爲泥沙平均直徑(毫米計)，Z_0 爲泥沙組織上的劃一係數。後一公式見“水利”第14卷周宗蓮著：泥沙動態與河流特性；計算見同卷譚葆泰文。