

共传播纵波研究砂岩非线性弹性特性

冯暄, 刘乾

吉林大学地球探测科学与技术学院, 吉林长春, 130026



内容提要:静态和动态的非线性弹性探测实验已经清晰地揭示了岩石具有较强的非线性弹性特性,其中动态探测方法运用共振在岩石内部加载稳定的应变取得了较好的效果,但是野外探测具有一定的难度。本研究利用传播的纵波在岩石内部加载应变,发展了共同传播的纵波研究岩石非线性弹性特性的方法。该方法通过相对低频高振幅的纵波在岩石内的传播在岩石内部加载一定的应变,并且通过同时传播的相对高频低振幅的纵波探测岩石内的弹性模量变化量。弹性模量变化量能够从一定程度上反映出岩石的非线性弹性特性,当被探测目标为线性弹性材料时,其弹性模量变化量通常为零;当被探测目标为岩石时,其弹性模量变化量表现出了一定的规律性特征。

关键词:非线性弹性;弹性模量变化量;应变;共传播纵波

1994年, McCall et al. (1994)初步建立了岩石的非线性弹性模型, Johnson et al. (1996a, 1996b)确定岩石的非线性弹性是广泛存在的, Guyer et al. (1999)讨论了岩石的非线性弹性特征,并建立了一维非线性波动方程, Hokstad et al. (2004)推导了具有频散的非线性波动方程。与此同时,研究者开展了大量的实验研究岩石的非线性弹性特性 (Johnson et al., 1994; Winkler et al., 1996; Gusev et al., 1998)。岩石的非线性弹性实验经历了静态检测 (Winkler et al., 1996), 准静态监测 (Winkler et al., 2004), 动态检测 (Renaud et al., 2012), 传播的弹性波动态检测 (Feng Xuan et al., 2018) 四个阶段。Winkler et al. (1996)通过单轴应力实验测量了静态压力下岩石的速度变化,并且在2004年通过研究干燥岩石和不同含水饱和度岩石在单轴应力情况下的波速变化,发现岩石的非线性响应与含水饱和度的关系 (Winkler et al., 2004)。Renaud et al. (2012)通过共振纵波(即P波)实验观察到砂岩具有较强的非线性特性,并且与裂缝紧密相关。Tencate et al. (2016)通过横波(即S波)加载应力,证明了岩石的非线性行为与裂缝方向存在着明显的关系。Feng Xuan et al. (2018)通过共传播P波实

验建立了砂岩的非线性黏弹性本构关系,并建立了现象模型,这种共传播P波的实验方法能够较好地提取岩石的非线性特征。

本文根据岩石的非线性弹性本构关系,搭建了全自动岩石非线性弹性实验平台,通过共传播P波实验测量了岩石不同应变下的弹性波到达时差的变化,从而获得不同应变状态下非线性弹性模量的变化量,研究了岩石的非线性弹性模量变化量($\Delta M/E$)与应变变化之间的关系,并与有机玻璃进行了对比实验。

1 岩石非线性弹性本构关系

胡克定律的非线性版本可以表示为公式 (Tencate et al., 1996; VandenAbee, 1996):

$$\sigma = M\epsilon \quad (1)$$

其中, σ 是应力, ϵ 是应变, M 是其非线性弹性模量, 可以用幂级数的形式展开:

$$M = E + \beta E\epsilon + \delta E\epsilon^2 + o(\epsilon^3) \quad (2)$$

其中, E 是杨氏模量, β 和 δ 分别为二阶非线性弹性参数和三阶非线性弹性参数。如果不考虑高阶误差, 非线性弹性模量可以表示为:

$$M = E + \beta E\epsilon + \delta E\epsilon^2 \quad (3)$$

本文为《地质学报》创刊100周年特邀论文。

注:本文为国家自然科学基金项目(编号41974129)和国家重点研发项目(编号2018YFC1503705)联合资助的成果。

收稿日期:2021-10-31;改回日期:2021-12-01;网络发表时间:2022-01-19;责任编辑:张永双;责任编辑:潘静。

作者简介:冯暄,男,1973年生。教授,主要从事勘探地震学原理研究。E-mail: fengxuan@jlu.edu.cn。

引用本文: 冯暄, 刘乾. 2022. 共传播纵波研究砂岩非线性弹性特性. 地质学报, 96(1): 297~303, doi:10.19762/j.cnki.dizhixuebao.2022018.

Feng Xuan, Liu Qian. 2022. Study of sandstones' nonlinear elastic characteristics by copropagating longitudinal waves. Acta Geologica Sinica, 96(1): 297~303.

因此,非线性弹性模量变化量与应变之间的关系可以表示为:

$$\Delta M/E = \beta\epsilon + \delta\epsilon^2 \quad (4)$$

然而,已有的岩石非线性弹性动态实验表明(Renaud et al., 2011, 2012, 2013a, 2013b),其非线性弹性模量变化量至少是应变的二阶多项式,因此关系式中引入一个常数 C :

$$\Delta M/E = C + \beta\epsilon + \delta\epsilon^2 \quad (5)$$

Renaud et al. (2012)给出了弹性模量变化量之间与弹性波传播时差之间的关系:

$$\Delta M/E \approx -2\Delta TOF/TOF \quad (6)$$

其中,TOF 是旅行时间。

从式(6)可以看出,在不同应变下地震波速的到达时可以反映岩石的非线性弹性参数,因此本研究设计了通过测量不同应变情况下弹性波到达时来研究岩石的非线性弹性参数的实验。

2 岩石非线性弹性实验平台

2.1 岩石非线性弹性实验系统

为了更加精确地测量岩石的非线性弹性参数,本研究搭建了岩石非线性弹性参数测量实验平台。实验平台组成由信号发生器,信号放大器,低频超声波发射探头,高频超声波发射探头,自移动平台,激光测振仪,高频超声波接收探头,滤波器,示波器等组成。

信号发生器、信号放大器、高低频超声波探头主要负责发射信号,低频高能量信号由信号发生器产生电信号,再经由信号放大器放大信号,最后经由 100 kHz 低频超声波探头发射信号。高频低能量信号由信号发生器产生电信号,直接传输到 1 MHz 的高频超声波探头,由高频超声波探头发射信号。

信号发生器是德科技生产的 33600A 系列波形发生器,该波形发生器采用了独一无二的任意波形成技术(Trueform),比以往的直接数字合成(DDS)发生器提供了更加出色的功能、保真度和灵活性。该仪器为双通道耦合仪器,能够做到双通道频率,幅度的耦合,可设置每个通过的起始相位,以及通道间相移,而本实验需要同时发射高低频信号,且对信号之间的耦合以及相移有着很高的要求,因此信号发生器在耦合方面能够完美地满足实验的需求。

自移动平台,三分量激光测振仪,1 MHz 高频超声波探头和滤波器等四部分主要负责测量岩石的振动和接受高频超声波信号。其中,自移动平台负

责等间距移动岩石样品,以便于三分量激光测振仪测量样品不同位置处由低频高能量超声波信号引起的质点振动的速度。

激光测振仪测量到的三分量信号,以及高频超声波探头测量到的高频信号,均由示波器进行数据采集。本研究采用了是得科技生产的 MSO-X 6004A 系列示波器,该示波器拥有着 4 通道数字存储器,能够实现 4 通道同时显示数字信号,界面交互以及实时分析功能能够实时对信号进行处理以及人机交互,方便及时调整实验参数以获得更好的实验结果。

实验系统由服务器控制,信号发生器的波形发生,自移动平台的移动,以及示波器的数据采集和传输,都是在服务器的控制下各个系统协调完成,很大程度上实现了实验平台的全自动测量,降低了外界人为干扰带来的影响。

2.2 应变加载

使用信号发生器产生 74 kHz 的低频信号,经过信号放大器放大由岩石样品左侧 4 cm 处低频超声波探头发射从而达到使样品加载微小应变的要求。在发射低频超声波信号的同时,测量了高频超声波信号传播路径中各个质点的应变并求取平均值作为岩石的整体应变。通过控制自移动平台来移动岩石样品,由三分量激光测振仪测量超声波传播方向上各个质点的振动速度,示波器采集负责数据,为了提高数据的信噪比,示波器的采集方式设置为 2048 次平均采集,即每一个测量点测量 2048 此岩石质点的振动速度并求取平均值作为该点的振动速度计算加载的应变。

2.3 非线性弹性模量变化量

根据公式 $\Delta ME \approx -2\Delta TOF/TOF$ 可以看出,岩石非线性行为的测量主要是测量在不同应变下高频超声波信号到达时的变化。为了使高频超声波信号的传播处于不同应变下,将高频信号相对低频信号的发射时间设置了不同的延迟。对应于每一次延迟,整个实验系统测量 2 次来计算高频信号到达时的差别。如图 1 所示,首先由信号发生器单独产生 640 kHz 的高频信号经岩石样品左侧 7 cm 高频超声波探头发射,在与之相对的另一侧有另一高频超声波探头接收信号,并经过信号放大器和 420 kHz 的高通滤波器传递至示波器采集数据;其次,在由信号发生器产生 74 kHz 的低频信号经放大器由岩石样品左侧 4 cm 低频超声波探头发射,与此同时,高频信号经岩石样品左侧 7 cm 高频超声波探头发射,

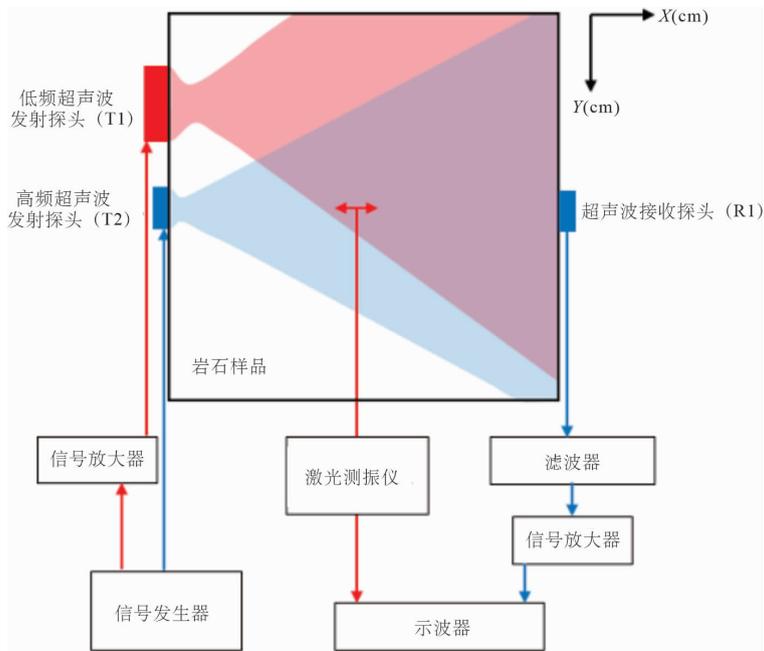


图 1 共传播 P 波方法测量岩石非线性弹性参数实验平台

Fig. 1 Experimental platform for measuring the nonlinear elastic parameters of rocks by copropagating longitudinal waves

图中红线代表低频超声信号的数据流,蓝线代表高频超声波信号的数据流

The red line represents the data stream of the low-frequency ultrasound signal, and the blue line represents the data stream of the high-frequency ultrasound signal

在与之相对的另一侧由高频超声波探头接收信号,并经过信号放大器和 420 kHz 的高通滤波器传递至示波器采集数据,通过计算两种高频超声波到达时的差作为 ΔTOF ,从而计算出 $\Delta M/E$ 。选择两种特定高低频的原因是为了使超声波探头和岩石样品更好的耦合,而且高低频之间较大的差异能够更好地区分高低频信号。

由于高频 P 波和低频 P 波是沿同一个方向传播的,在宏观上认为高频 P 波和低频 P 波没有速度差异。因此高频 P 波可以认为是被加载在低频 P 波上传播(图 2),将这种传播方式称为共传播 P 波。由于由高频 P 波引起的应变是随着时间变化的,因此通过高频 P 波相对低频 P 波发射的延迟时间来控制岩石的应变状态,当高频 P 波加载在低频 P 波不同位置上时,认为高频 P 波是在岩石不同应变情况下传播,从而测量岩石在不同应变下传播速度的差异即 ΔTOF ,不同应变处产生 ΔTOF 是不相同的。

3 砂岩非线性弹性特性

本次实验选择了有机玻璃, Crab Orchard 砂岩以及黄砂岩进行对比实验(图 3)。Crab Orchard 砂岩样品来自于美国宾夕法尼亚州,该砂岩的孔隙度为 7%~9%,具有层状纹理,渗透率为 0.075~

0.140 mD;黄砂岩来自于中国河北保定,该砂岩的孔隙度为 14%~19%,渗透率为 0.1~0.4 mD。有机玻璃是近似于线性弹性的介质,而 Crab Orchard 砂岩以及黄砂岩具有着较强的非线性行为,随着应变的变化,其非线性特征会发生明显的变化,这便于进行对比实验。

低频超声波探头的加载电压在 31.6~221.2 V 之间变化,变化间隔为 31.6 V,高频超声波探头相对低频超声波探头发射信号的延迟时间从 0~45 μs 之间变化,变化间隔为 1 μs 。经测量,计算出超声波在 Crab Orchard 砂岩中的波速约为 2870 m/s,黄砂岩中的波速约为 2680 m/s,在有机玻璃中从波速约为 2720 m/s。图 4 和图 5 分别展示了低频超声波探头处于不同电压时 Crab Orchard 砂岩和黄砂岩的应变和其弹性模量变化量($\Delta M/E$)。

从图 4 可以看出,随着应变的变化,有机玻璃的弹性模量变化量($\Delta M/E$)保持在 0 值,即有机玻璃的弹性模量变化量并不受应变的影响,这证明了有机玻璃的非线性弹性行为是非常微弱的,这是一种近乎线性弹性的材料。而 Crab Orchard 砂岩的非线性特征参数随着应变变化出现了明显的变化,且随着电压的增大,其弹性模量变化量($\Delta M/E$)也随之增大,这证明 Crab Orchard 砂岩具有较强的非线性

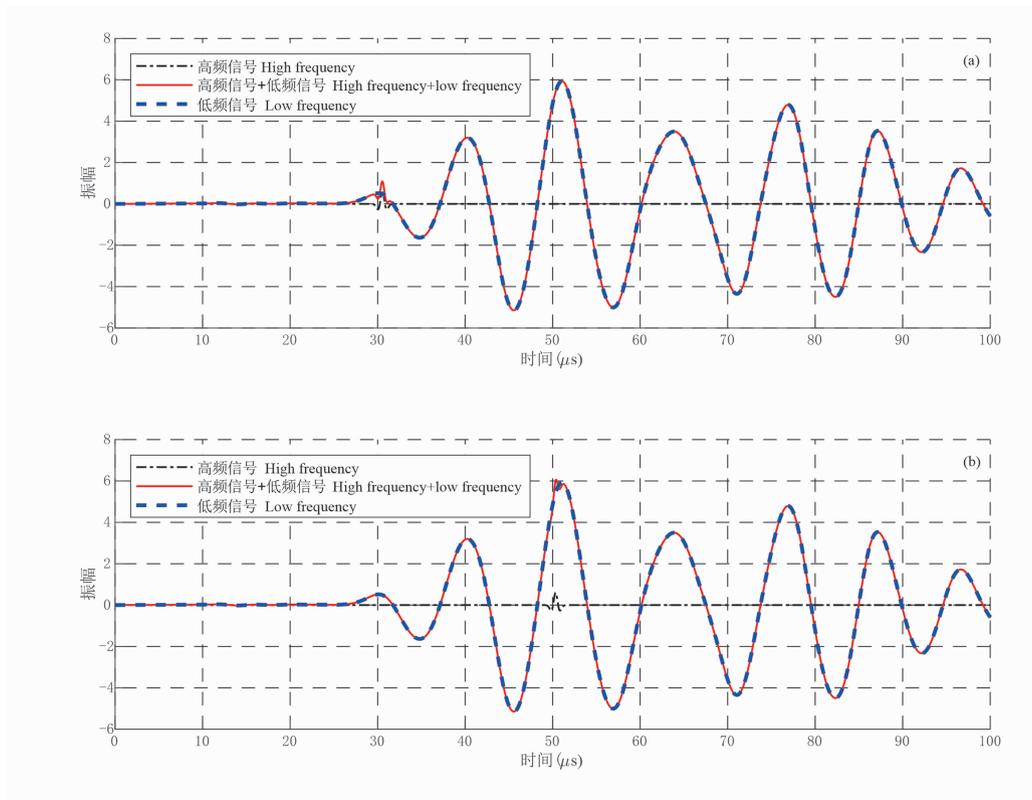


图2 高频超声波信号相对低频超声波信号不同延迟时间处的波形图

Fig. 2 Waveform of high-frequency ultrasonic signals at different delay times relative to low-frequency ultrasonic signals. Blue line is low-frequency ultrasonic signal propagating alone; black line is high-frequency ultrasonic signal propagating alone; red line is high-frequency ultrasonic signal and low-frequency ultrasonic signal propagating together; Fig. (a), (b) delay times are $7 \mu\text{s}$, $28 \mu\text{s}$.

The blue line is the signal of low-frequency ultrasonic propagating alone; the black line is the signal of high-frequency ultrasonic propagating alone; the red line is the signal when the high-frequency ultrasonic signal and the low-frequency ultrasonic signal are propagated together; the delay times of Figures (a) and (b) are $7 \mu\text{s}$ and $28 \mu\text{s}$, respectively.

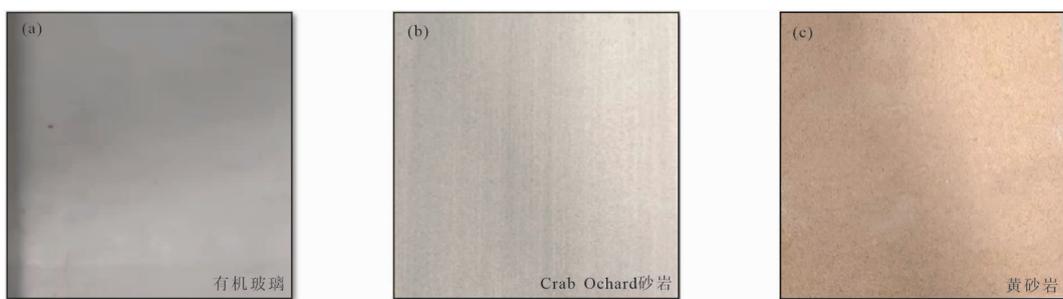


图3 实验样品照片

Fig. 3 The figure of experiment sample

(a)—有机玻璃;(b)—Crab Orchard 砂岩;(c)—黄砂岩

(a)—Lucite; (b)—Crab Orchard sandstone; (c)—yellowish sandstone

性行为,且这种行为受应变变化的直接影响,这同样证明了我们的非线性实验平台能够精确地测量样品的非线性特征,且能够定量描述样品的非线性特征参数。对比图4和图5,黄砂岩与Crab Orchard砂岩的弹性模量变化量($\Delta M/E$)在其应变变化相同时也有着明显的差别,且黄砂岩的弹性模量变化量($\Delta M/E$)

相对Crab Orchard砂岩更加剧烈,在相同应变下,黄砂岩的弹性模量变化量($\Delta M/E$)的大小约为Crab Orchard砂岩的10倍,且他们之间的变化趋势也不相同,这说明两种砂岩的非线性特征并不相同,且在同等条件下,黄砂岩的非线性弹性特征更加明显,这可能是由于黄砂岩的孔隙度和渗透率都相对Crab

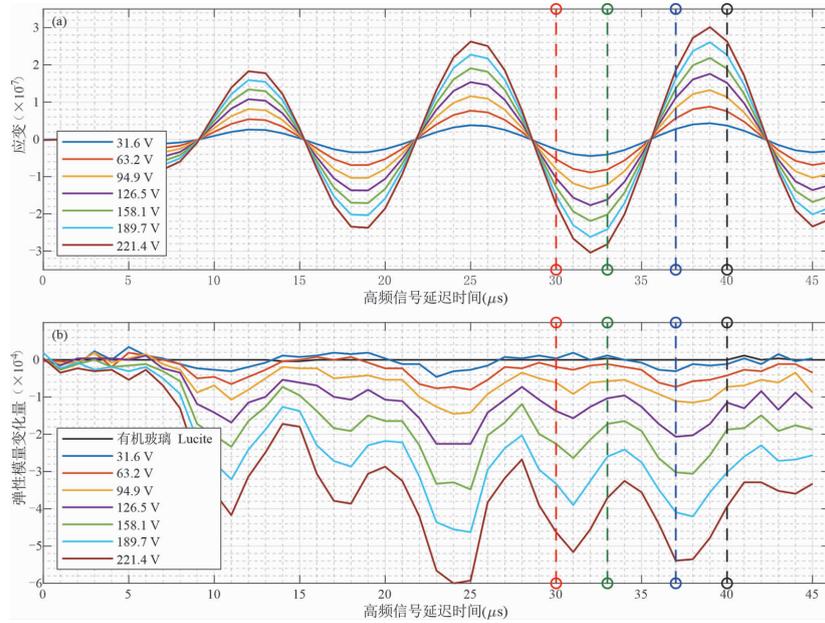


图 4 低频超声波探头加载不同电压时 Crab Orchard 砂岩的应变(a)及其弹性模量变化量(b)
 Fig. 4 The strain of Crab Orchard sandstone (a) and the change of its nonlinear elastic modulus (b)
 when the low-frequency ultrasonic is loaded with different voltages

红、绿、蓝、黑四种虚线分别代表了其应变减小量最大时,应变最小时,应变增量最大时,应变最大时的四种受力状态;黑色实线代表有机玻璃的弹性模量变化量

The four dashed lines of red, green, blue and black represent the four stress states: the maximum value of strain decrease (compression-tension), minimum strain (max tension), maximum value of strain increase (tension-compression) and maximum strain (max compression); the black solid line represents the change of elastic modulus of lucite

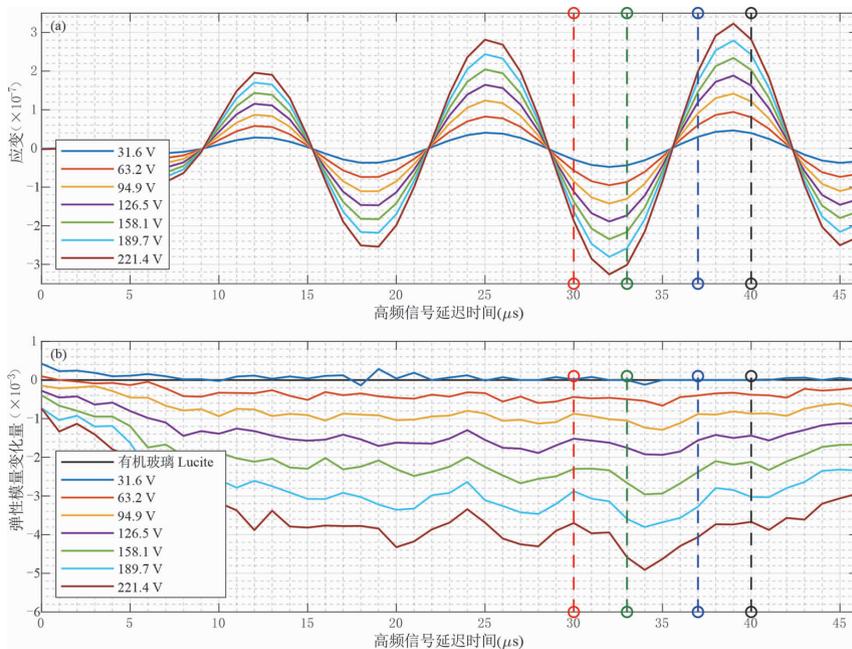


图 5 低频超声波探头加载不同电压时黄砂岩的应变(a)及其弹性模量变化量(b)
 Fig. 5 The strain of yellowish sandstone (a) and the change of its nonlinear elastic modulus (b)
 when the low-frequency ultrasonic is loaded with different voltages

红、绿、蓝、黑四种虚线分别代表了其应变减小量最大时,应变最小时,应变增量最大时,应变最大时的四种受力状态;黑色实线代表有机玻璃的弹性模量变化量

The four dashed lines of red, green, blue and black represent the four stress states: the maximum value of strain decrease (compression-tension), minimum strain (max tension), maximum value of strain increase (tension-compression) and maximum strain (max compression); the black solid line represents the change of elastic modulus of lucite

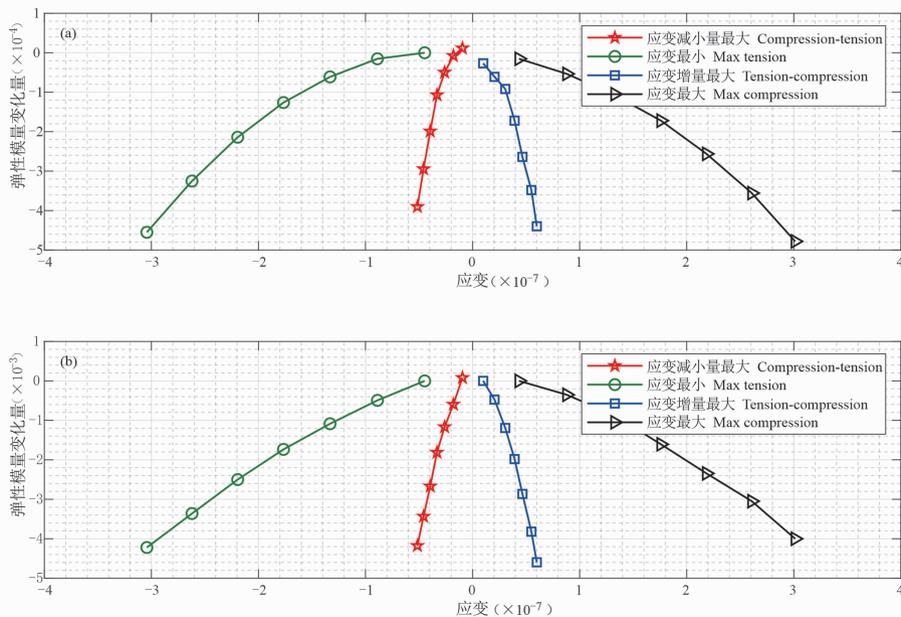


图6 不同受力状态下Crab Orchard砂岩(a)以及黄砂岩(b)的应变与弹性模量变化量之间的关系

Fig. 6 The relationship between strain and the nonlinear elastic modulus changes of

Crab Orchard sandstone (a) and yellowish sandstone (b) with different stress state conditions

红、绿、蓝、黑四种颜色分别代表了其应变减小量最大时,应变最小时,应变增量最大时,应变最大时四种受力状态下应变与弹性模量变化量之间的关系

The four colors of red, green, blue and black represent the relationship between strain and the change of elastic modulus in the four stress states: maximum value of strain decrease (compression-tension), minimum strain (max tension), maximum value of strain increase (tension-compression) and maximum strain (max compression)

Orchard砂岩大很多,较多的裂缝和孔隙导致其非线性弹性特征比较强烈(Tencate et al., 2016)。

为了进一步研究岩石的非线性弹性特征与应变变化之间的关系,本文选取了应变增量最大时(Tension-compression)、应变最大(Max compression)、应变减小量最大时(Compression-tension)和应变最小时(Max tension)4种情况下,超声波探头不同电压时岩石的应变间与弹性模量变化量($\Delta M/E$)之间的关系,4种情况分别对应了岩石不同的受力状态,即闭合-拉伸,拉伸,拉伸-闭合,闭合4种受力状态。图6a、b分别为超声波探头不同电压时,Crab Orchard砂岩和黄砂岩4种受力状态下应变与弹性模量变化量之间的关系。对比图5a、b可以看出,虽然同一电压时,两种岩石的应变与弹性模量变化量并不相同,但是在同一受力状态下,其非线性弹性模量变化量与应变变化之间的关系有着相同的趋势。从图中可以看出,当岩石处于压缩状态时,非线性弹性模量变化量与应变之间的关系呈负相关,且非线性弹性模量变化量的变化随应变变化较小;当岩石处于压缩-拉伸状态时,非线性弹性模量变化量与应变之间的关系仍保持负相关,但是非线性弹性模量

变化量的变化随应变变化较大。当岩石处于拉伸状态时,弹性模量变化量与应变之间呈现正相关,且非线性弹性模量变化量的变化随应变变化较小;当岩石处于拉伸-压缩状态时,非线性弹性模量变化量与应变之间的关系仍保持正相关,但是非线性弹性模量变化量的变化随应变变化较大。

4 结论

本文根据岩石的非线性弹性本构关系搭建了岩石非线性弹性特征参数实验系统,并发展了一种共传播P波的方法来研究岩石的应变与其非线性弹性模量变化量之间的关系。本研究方法能够准确地测量出岩石的非线性弹性模量变化量以及应变,结果证明了砂岩具有明显的非线性弹性行为,且黄砂岩的非线性行为较Crab Orchard砂岩要明显很多,在同一应变状态下,黄砂岩的非线性行为约为Crab Orchard砂岩的10倍。研究发现,当岩石位于压缩状态时,同种受力状态下,其非线性弹性模量变化量与应变呈现负相关,且随着压缩状态的增大,非线性弹性模量变化量的变化随应变的变化逐渐减小;反之,当岩石处于拉伸状态时,同种受力状态下,

非线性弹性模量变化量与应变呈现负相关,且随着拉伸状态的增大,非线性弹性模量变化量的变化随应变的变化逐渐减小。

References

- Feng Xuan, Fehler M, Brown S, Szabo T L, Burns D. 2018. Short-period nonlinear viscoelastic memory of rocks revealed by copropagating longitudinal acoustic waves. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 123: 3993~4006.
- Gusev V E, Lauriks W, Thoen J. 1998. Dispersion of nonlinearity, nonlinear dispersion, and absorption of sound in micro-inhomogeneous materials. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 103(6): 3216~3226.
- Guyot R, Johnson P. 1999. Nonlinear mesoscopic elasticity: evidence for a new class of materials. *Physics Today*, 52(4): 30~36.
- Hokstad K. 2004. Nonlinear and dispersive acoustic wave propagation. *Geophysics*, 69(3): 840~848.
- Johnson P A, McCall K R. 1994. Observation and implications of nonlinear elastic wave response in rock. *Geophysical Research Letters*, 21(3): 165~168.
- Johnson P A, Rasolofosaon P. 1996a. Resonance and elastic nonlinear phenomena in rock. *Journal of Geophysical Research*, 101(B5): 11553~11564.
- Johnson P A, Rasolofosaon P. 1996b. Manifestation of nonlinear elasticity in rock; convincing evidence over large frequency and strain intervals from laboratory studies. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 3: 77~88.
- McCall K R. 1994. Theoretical study of nonlinear elastic wave propagation. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 99: 2591~2600.
- McCall K R, Guyot R A. 1994. Equation of state and wave

- propagation in hysteretic nonlinear elastic materials. *Journal of Geophysical Research: Solid earth*, 99(B12): 23887~23897.
- Renaud G, Talmant M, Calle S, Defontaine M, Laugier P. 2011. Nonlinear elastodynamics in micro-inhomogeneous solids observed by head-wave based dynamic acoustoelastic testing. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 130(6): 3583~3589.
- Renaud G, Le B, Johnson P A. 2012. Revealing highly complex elastic nonlinear (anelastic) behavior of Earth materials applying a new probe: dynamic acoustoelastic testing. *Journal of Geophysical Research*, 117(B6): B06202.
- Renaud G, Riviere J, Hauptert S, Laugier P. 2013a. Anisotropy of dynamic acoustoelasticity in limestone, influence of conditioning, and comparison with nonlinear resonance spectroscopy. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 133(6): 3706~3718.
- Renaud G, Riviere J, Le B, Johnson P A. 2013b. Hysteretic nonlinear elasticity of Berea sandstone at low-vibrational strain revealed by dynamic acousto-elastic testing. *Geophysical Research Letters*, 40: 715~719.
- Tencate J A, Malcolm A E, Feng Xuan, Michael F. 2016. The effect of crack orientation on the nonlinear interaction of a P wave with an S wave. *Geophysical Research Letters*, 43: 6146~6152.
- VandenAbeele K E A. 1996. Elastic pulsed wave propagation in media with second- or higher-order non-linearity. 1. theoretical framework. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 99(6): 3334~3345.
- Winkler K W. 2004. Nonlinear acoustoelastic constants of dry and saturated rocks. *Journal of Geophysical Research*, 109(B10), doi:10.1029/2004JB003262.
- Winkler K W, Liu Xingzhou. 1996. Measurements of third-order elastic constants in rocks. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 100(3): 1392~1398.

Study of sandstones' nonlinear elastic characteristics by copropagating longitudinal waves

FENG Xuan*, LIU Qian

College of Geo-Exploration Science and Technology, Jilin University, Changchun, Jilin 130026, China

* Corresponding author: fengxuan@jlu.edu.cn

Abstract

Static and dynamic nonlinear elastic experiments have clearly revealed that rocks have strong nonlinear elastic characteristics. The dynamic method that used resonance to load stable strains inside the rock has achieved good results. However, it's difficult to perform the experiment in the field. We used propagating longitudinal waves to load strain inside the rock and developed a copropagating longitudinal acoustic waves method to study the nonlinear elastic characteristics of rocks. This method loads a strain inside the rock through the propagation of low-frequency and high-amplitude longitudinal waves and measures changes in the nonlinear elastic modulus in the rock through the propagation of relatively high-frequency and low-amplitude longitudinal waves at the same time. The change in nonlinear elastic modulus can certainly reflect the nonlinear elastic characteristics of the rock. When the measurement sample is a linear elastic material, the change of its nonlinear elastic modulus is usually zero; when the measurement sample is a rock, the change of its nonlinear elastic modulus shows a certain regularity.

Key words: nonlinear elasticity; the change of nonlinear elastic modulus; strain; copropagating longitudinal waves