

<http://www.geojournals.cn/dzxb/ch/index.aspx>

任意形状强磁性三度体磁异常的计算

方 华 竹

(中国地质科学院地质矿产研究所)

众所周知,对于如磁铁矿体这样的强磁性介质 ($\kappa > 0.05$ CGSM),磁体自身的退磁作用是很大而不可忽视的。现有的很多磁异常正演算法本身不包含磁体自身退磁的计算。在使用这些计算方法之前必须先把磁性体近似看作退磁系数已知的椭球类形体进行退磁改正,获得其有效磁化强度。自然,当实际磁性体形态较为复杂时,这种近似退磁改正方法常常带来很大误差。

1963 年 Andreas Vogel 提出用向量级数表示磁体内部各体积元的有效磁化强度,并用逐次逼近法求得解^[1]。但该方法当磁性体磁化率较高时(如球状磁体的 $\kappa > 0.2$ 时),此向量级数收敛甚慢或发散。此外,在实用上把磁性体分成很多小体积元的做法也是很麻烦和费时的。

1969 年 B. A. Фелатов 提出计算任意截面形状的二度体表面有效磁荷面密度的磁异常的方法。此有效磁荷面密度由第二类线性弗雷德霍姆积分方程定义,作者用最速下降 P 步法求得解^[2]。但实践中最常遇到的是三度体磁异常正演计算。另外,由于在求解中未依据问题的物理意义进行约束,在计算实际复杂形状矿体异常时常常会出现收敛慢甚或发散的情形。

本文提出的是计算稳定的(均匀或不均匀)磁化场中多个任意形状强磁性均质三度体表面有效磁荷面密度 σ 的磁异常的方法。用加约束的赛德尔迭代法求解关于 σ 的弗雷德霍姆积分方程。实践表明其计算精度及收敛性均较好。

文中一些数值计算曾得到北京大学数学力学系陈亚浙老师的指导,全部计算工作都是在北京大学的 DJS-18 型电子计算机上进行的,在此一并表示衷心感谢。

一、方法的原理和数值计算

由静磁学知,磁性介质的磁位 U 可用下式计算:

$$U = \int_S \frac{\sigma}{r} ds + \int_V \frac{\rho}{r} dv \quad (1)$$

上式中 r 是磁荷元到计算点的距离,磁体表面磁荷面密度 $\sigma = J_n$, 磁体内部体磁荷密度 $\rho = -\operatorname{div} \mathbf{J}$, 而 S 和 V 分别是磁体的表面和体积。

铁磁介质(如磁铁矿)在磁场强度 H 充分小时(如在地磁场强度范围内), $J-H$ 的变化处于磁滞回线的线性段,磁化强度 J 可充分精确地表示成

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_i + \mathbf{J}_r = \kappa \mathbf{H} + \mathbf{J}_r \quad (2)$$

上式中 J_i 和 J_r 分别是感应磁化强度和剩余磁化强度, κ 为磁化率, H 为有效磁场强度。

此时,磁感应强度 $\mathbf{B}$ 满足下式:

$$\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{J} = \mu\mathbf{H} + 4\pi\mathbf{J}_r \quad (3)$$

式中 $\mu = 1 + 4\pi\kappa$, 为介质的导磁系数。

当磁体的磁性均匀,即 κ 为常数, $\mathbf{J}_r$ 为常向量时,由(3)式可得:

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = \frac{1}{\mu} (\operatorname{div} \mathbf{B} - 4\pi \operatorname{div} \mathbf{J}_r) = 0,$$

故

$$\operatorname{div} \mathbf{J} = \frac{1}{4\pi} (\operatorname{div} \mathbf{B} - \operatorname{div} \mathbf{H}) = 0。$$

于是磁体内部体磁荷密度 ρ 为 0。故磁性均匀的磁性体,其磁位仅由其表面磁荷决定。

由电磁学知,在通过不同磁性介质的界面时,磁感应强度的法向分量连续,即 $B_{1n} = B_{2n}$ 。把(3)式代入即有:

$$\mu_1 H_{1n} + 4\pi J_{r1n} = \mu_2 H_{2n} + 4\pi J_{r2n} \quad (4)$$

上式中带有下标 1 和 2 的系指磁介质 1 和磁介质 2 中的物理量,带下标 n 指法向分量(下同)。

如设磁化场强为 H_0 ,则在磁性体界面上任意一点 s_0 处有:

$$H_{1n}(s_0) = H_{0n}(s_0) - \int_S \sigma(s) \cdot \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) ds - 2\pi\sigma(s_0) \quad (5)$$

$$H_{2n}(s_0) = H_{0n}(s_0) - \int_S \sigma(s) \cdot \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) ds + 2\pi\sigma(s_0) \quad (6)$$

式中 n 为磁介质 1 的外法向, S 是除 s_0 点外的整个磁体表面(下同)。两式右边第三项是由 s_0 点的面磁荷 $\sigma(s_0)$ 在该点内外引起的二次场(这时可看成是密度为 $\sigma(s_0)$ 的无限大平板磁荷层的场)。

把(5)(6)式代入(4)式整理后可得:

$$\sigma(s_0) = \lambda(s_0) \int_S \sigma(s) K(s, s_0) ds + f(s_0) \quad (7)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \lambda(s_0) &= \frac{\kappa_1(s_0) - \kappa_2(s_0)}{1 + 2\pi[\kappa_1(s_0) + \kappa_2(s_0)]}, & K(s, s_0) &= -\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \\ f(s_0) &= \frac{[\kappa_1(s_0) - \kappa_2(s_0)]H_{0n}(s_0) + J_{r1n}(s_0) - J_{r2n}(s_0)}{1 + 2\pi[\kappa_1(s_0) + \kappa_2(s_0)]} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

(7) 式即为关于 σ 的第二类弗雷德霍姆积分方程, $K(s, s_0)$ 称作积分方程的核。积分对磁体整个表面 S (除 s_0 点外) 进行,如果是多个磁性体时,积分应对所有磁性体界面 S (除 s_0 点外) 进行。

解积分方程求出磁体表面磁荷密度 σ 后,即可由公式

$$U = \int_S \frac{\sigma}{r} ds, \quad \Delta X = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad \Delta Y = -\frac{\partial U}{\partial y}, \quad \Delta Z = -\frac{\partial U}{\partial z} \quad (9)$$

求得计算点的磁异常强度各分量值。

为了便于对积分方程(7)进行数值解,可在磁性体表面 S 上建立 $l-\eta$ 曲线坐标网包围整个磁性体(图 1)。 l 坐标取值在 0 到 1 间,其正向取顺时针方向(当顺着 η 方向看时)。

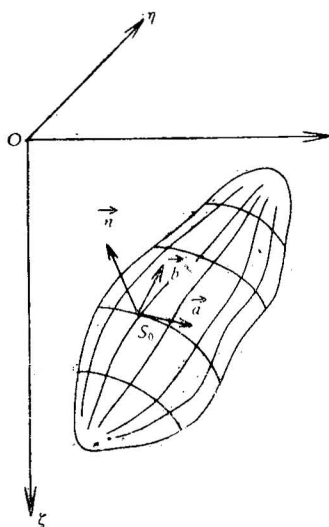


图 1

如设 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 为 S 上某点 s_0 处沿 l 和 η 方向的切线, 则 s_0 点外法线单位向量

$$\vec{n}(s_0) = \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{a} \times \vec{b}|},$$

而

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = [(\xi'_{l0})^2 + (\xi'_{l0} \cdot \zeta'_{\eta 0} - \xi'_{l0} \cdot \xi_{\eta 0})^2 + (\xi'_{l0})^2]^{1/2} \quad (10)$$

式中 $\xi'_{l0}, \zeta'_{l0}, \xi'_{\eta 0}, \zeta'_{\eta 0}$ 分别是磁体表面坐标 ξ, ζ 沿 l, η 方向的一次微商在 s_0 点上的值。计算可得, 在如图 1 所示的左手直角坐标系中有:

$$K(s, s_0) = \frac{1}{|\vec{a} \times \vec{b}|} \cdot \frac{(\zeta_s - \zeta_0)\xi'_{l0} - (\xi_s - \xi_0)\zeta'_{l0} - (\eta_s - \eta_0)(\xi'_{l0} \cdot \zeta'_{\eta 0} - \xi'_{l0} \cdot \xi_{\eta 0})}{[(\xi_s - \xi_0)^2 + (\eta_s - \eta_0)^2 + (\zeta_s - \zeta_0)^2]^{3/2}} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} f(s_0) = & \frac{1}{[1 + 2\pi(\kappa_1 + \kappa_2)](|\vec{a} \times \vec{b}|)} \cdot \{ \xi'_{l0}[(\kappa_1 - \kappa_2)H_{0x} + (J_{r1x} - J_{r2x})] \\ & + (\xi'_{l0} \cdot \zeta'_{\eta 0} - \xi'_{l0} \cdot \xi_{\eta 0})[(\kappa_1 - \kappa_2)H_{0y} + (J_{r1y} - J_{r2y})] \\ & - \xi'_{l0}[(\kappa_1 - \kappa_2)H_{0z} + (J_{r1z} - J_{r2z})] \} \end{aligned} \quad (12)$$

式中 κ_1, κ_2 分别是 s_0 点处内外介质的磁化率, H_{0x}, H_{0y}, H_{0z} 分别是 s_0 点外磁化场强度 $\vec{H}_0$ 的各分量值。 $J_{r1x}, J_{r2x}, J_{r1y}, J_{r2y}, J_{r1z}, J_{r2z}$ 分别是 s_0 处内外介质的剩磁强度的分量值。

如令

$$K'(s, s_0) = \frac{(\zeta_s - \zeta_0)\xi'_{l0} - (\xi_s - \xi_0)\zeta'_{l0} - (\eta_s - \eta_0)(\xi'_{l0} \cdot \zeta'_{\eta 0} - \xi'_{l0} \cdot \xi_{\eta 0})}{[(\xi_s - \xi_0)^2 + (\eta_s - \eta_0)^2 + (\zeta_s - \zeta_0)^2]^{3/2}} \quad (13)$$

则 (7) 式可化为

$$\sigma(s_0) = \lambda(s_0) \iint_S \sigma(s) K'(s, s_0) d\eta d\zeta + f(s_0) \quad (14)$$

可以发现, 积分核 $K'(s, s_0)$ 或 $K(s, s_0)$ 是奇异的, 即当 $s = s_0$ 时, 它们是不定型, 需作特殊处理。我们把它在 s_0 点附近一小域 D 上对坐标 ξ, η, ζ 作台劳级数展开后进行近似积分计算, 其积分值用 $K'(s_0)$ 表示, 即

$$K'(s_0) = \iint_D K'(s, s_0) dl d\eta = \int_{-\eta_D}^{\eta_D} \int_{-l_D}^{l_D} K'(s, s_0) dl d\eta$$

$$= \Phi(l_D, \eta_D, \xi'_{l0}, \xi'_{\eta0}, \xi'_{l\eta0}, \xi'_{\eta l0}, \xi''_{l0}, \xi''_{\eta0}, \xi''_{l\eta0}, \xi''_{\eta l0}, \xi'_{l\eta0}, \xi'_{\eta l0}) \quad (15)$$

式中 $\xi'_{l0}, \xi'_{\eta0}, \xi'_{l\eta0}, \xi'_{\eta l0}, \xi''_{l0}, \xi''_{\eta0}, \xi''_{l\eta0}, \xi''_{\eta l0}$ 分别是磁性体表面坐标 ξ, η 沿 l, η 方向的各二次微商在 s_0 点上的值。它们以及 $\xi'_{l0}, \xi'_{\eta0}, \xi'_{l\eta0}, \xi'_{\eta l0}$ 均可用数值微分方法求得。

由于域 D 很小, 可近似认为在域 D 内 $\sigma(s) = \sigma(s_0)$, 于是可把 (14) 式化为:

$$\sigma(s_0) = \lambda(s_0) \iint_{S-D} \sigma(s) K'(s, s_0) dl d\eta + \lambda(s_0) \sigma(s_0) K'(s_0) + f(s_0) \quad (16)$$

然后可用机械求积方法把上式化为线性方程组:

$$[1 - \lambda(s_i) K'(s_i)] \sigma(s_i) - \lambda(s_i) \sum_{(s_k(l, \eta) \in S_i)} \sum_{(s_k(l, \eta) \in S_i)} W_l W_\eta K'(s_k, s_i) \sigma(s_k) - f(s_i) = 0 \quad (17)$$

$$(i = 1, 2, \dots, n)$$

式中 n 是磁体表面 S 离散化的分点数, W_l, W_η 分别是 l, η 方向的求积系数, s_k 是磁体表面上除去 s_i 点外的其余分点。该式还可简写为 $\mathbf{A}\sigma + \mathbf{f} = 0$ (18)

这便是关于 σ 的 n 维线性方程组, 式中 $\mathbf{A}$ 即为方程组的系数矩阵, σ 和 $\mathbf{f}$ 为列向量。

我们采用加约束的赛德尔迭代法解此线性方程组以求得 σ 。

二、迭代初值的选取——关于“较均匀磁化体”的退磁近似计算

我们知道, 均匀磁化的情况仅限于均匀磁化场中二次曲面所围的均匀介质这种特殊情况, 实践中很少遇到这种情形。但当均质磁性体表面形状较光滑时, 有效磁化强度变化不特别大, 我们称之为“较均匀磁化”。针对这类磁体的特点, 有可能用少得多的计算工作量求得较满意的结果。即使是磁体表面形状不圆滑, 因而磁化很不均匀的情形, 表面的相当部分处有效磁化强度变化也不特别大, 可以看作“较均匀磁化”的情形, 所以这类退磁问题的研究是有相当意义的。

先来看均匀磁化的情形。磁体被磁化后, 由于退磁作用, 除了与外磁化场 $\mathbf{H}_0$ 对应的那部分磁化强度 $\mathbf{J}_0 = \kappa \mathbf{H}_0$ 外, 还有与退磁场 $\mathbf{H}_c$ 对应的那部分磁化强度 $\mathbf{J}_c$:

$$\mathbf{J}_c = \kappa \mathbf{H}_c = -\kappa N \mathbf{J}$$

$\mathbf{J}_c$ 与 $\mathbf{J}$ 方向恰好相反, 故有

$$-\kappa N = \frac{J_c}{J} \quad (19)$$

一般地, 如已知磁体内部 $\mathbf{J}$ 的分布, 可由下式计算 $\mathbf{J}_c$:

$$\mathbf{J}_c = \kappa \cdot \text{grad} \int_V \mathbf{J} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r^3} dv = \kappa \mathbf{J} \cdot \text{grad} \int_V \mathbf{j} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r^3} dv \quad (20)$$

式中 $\mathbf{j}$ 是 $\mathbf{J}$ 的单位向量, $\mathbf{r}$ 是体积元到计算点的矢径。如果在 (20) 式右端以 $\mathbf{J}_0$ 代替 $\mathbf{J}$, 计算结果记作 $\mathbf{J}_1$, 即

$$\mathbf{J}_1 = \kappa \cdot \text{grad} \int_V \mathbf{J}_0 \cdot \frac{\mathbf{r}}{r^3} dv \quad (21)$$

由于均匀磁化时 $\mathbf{J}, -\mathbf{J}_c, \mathbf{J}_0$ 方向相一致, 因而有

$$\frac{J_1}{J_0} = \frac{J_e}{J} = \kappa \cdot \left| \text{grad} \int_V \mathbf{j} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r^3} dv \right| \quad (22)$$

由(19)(22)式可得

$$J = \frac{J_0}{1 + N\kappa} = \frac{J_0^2}{J_0 - J_1} \quad (23)$$

由于在磁体界面上 $\sigma = J_n$, 即面磁荷密度在数值上等于该点磁化强度矢量的外法向分量。所以上述对于 J 的讨论方法对 σ 也是完全适用的, 即与(23)式相应, 有

$$\sigma = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_0 - \sigma_1} \quad (24)$$

式中 σ_0 是与外磁化场 $\mathbf{H}_0$ 对应的那部分磁荷面密度, 即

$$\sigma_0 = J_{0n} = (\kappa_1 - \kappa_2)H_{0n} + (J_{r1n} - J_{r2n}) \quad (25)$$

(24) 式中 σ_1 是在由 σ 计算 σ_e 的式中以 σ_0 代替 σ 算得的结果, 由(7)(8)式可得

$$\sigma_1(s_0) = \lambda(s_0) \int_s \sigma_0(s_0) K(s, s_0) ds \quad (26)$$

(22)(26) 式可见, 各磁荷元(体积元)对计算点的退磁作用与它们到计算点的距离的立方或平方成反比, 即某点处退磁作用主要与其附近介质的磁化状况有关。

当非均匀磁化时, (23)(24) 式就非精确成立, 但对于磁体表面形状较圆滑而计算点附近介质的磁化强度变化不很大的“较均匀磁化体”, (23)(24) 式可作为计算其有效磁化强度 J 和有效磁荷面密度 σ 的近似式。近似值与真解将是很接近的, 这可以从下文的一些理论模型计算中得到证实。

理论计算还表明, 当磁体表面不光滑, 在角点和稜边附近磁化将很不均匀, 但此时仍存在不少较均匀磁化部分, 用(24)式算得的 σ_0^* 作为线性方程组(18)的迭代初值, 将大大加快迭代收敛速度。在本方法中即是这样处理的。

三、迭代计算中的约束处理

我们采用加约束的赛德尔迭代法求线性方程组(18)的解 σ , 其依据是方程组的系数矩阵 A 中, 对角线元素按绝对值比其它元素大得多(其物理意义是磁体表面某点处退磁作用主要与其附近介质的 σ 有关), 故有利于迭代的收敛。

用赛德尔迭代法的最大优点是在整个计算过程中可根据物理意义随时约束 $\sigma_j(s_i)$ 以控制计算误差改善收敛性(j 为迭代次数, 下同)。计算表明, 由于种种误差(如积分方程离散化的误差, 磁体表面坐标数值微分的误差, 解线性方程组的误差等等), 常常会出现某些 $\sigma_j(s_i)$ 大大偏离其真解甚至出现在物理意义上荒谬的数值。例如在球体理论模型计算中, 球体两端截面周边上 $\sigma_j(s_i)$ 在迭代计算中就会出现其绝对值超过 $|\sigma_0(s_i)|$ 或与 $\sigma_0(s_i)$ 反号的情况, 而这在均匀磁化的球体情况下显然是不可能的。在计算实际复杂形状矿体异常时, 这种情况就更常见。如果对此不加约束处理, 不仅使这些点上 $\sigma(s_i)$ 的计算完全失去物理意义, 且将由此造成其它点上 σ 值的计算错误, 以至可能导致迭代不收敛。因此在迭代计算中对某些偏离真解的 $\sigma_j(s_i)$, 立即用经过约束处理的 $\sigma'_j(s_i)$ 来代替, 然后计算其它点的 $\sigma_j(s_k)$ 值($k > i$), 并继续进行下一次的迭代。这样可控制计算误差的积累和传递, 计算表明它比最速下降 P 步法有较好的收敛性。

根据退磁的物理意义,在绝大多数情况下,退磁后的 $|\sigma(s_i)| < |\sigma_0(s_i)|$ 且不变号,仅少数 $\sigma(s_i)$ 由于退磁后磁化方向的改变可能与 $\sigma_0(s_i)$ 反号,但其绝对值一般不会很大。从这点出发,在本方法的迭代中使用了以下三种约束处理:

1. 当 $\sigma_j(s_i)$ 与 $\sigma_0(s_i)$ 反号时,舍弃 $\sigma_j(s_i)$ 而代以 $\sigma'_j(s_i)$:

$$\sigma'_j(s_i) = \frac{\sigma_0(s_i)}{1 + 2\pi(j+1)[\kappa_1(s_i) + \kappa_2(s_i)]} \quad (27)$$

上式的物理意义是当 $\sigma_j(s_i)$ 与 $\sigma_0(s_i)$ 反号时,说明 s_i 点处退磁作用可能很强,而以后的迭代计算中继续出现 $\sigma_j(s_i)$ 与 $\sigma_0(s_i)$ 反号,说明 s_i 点处退磁作用强的可能性增大。故使退磁系数 N 取值较大,且与迭代次数 j 成正比。如 $j=0$ (即在计算迭代初值 σ_0^* 时) 取 $N=2\pi$; $j=1$ 时取 $N=4\pi$; $\cdots$ 但始终保持 $\sigma_j(s_i)$ 与 $\sigma_0(s_i)$ 同号。

2. 当 $|\sigma_j(s_i)| > |\sigma_0(s_i)|$ 时舍弃 $\sigma_j(s_i)$ 而代以 $\sigma'_j(s_i)$:

$$\sigma'_j(s_i) = \sigma_0(s_i) \quad (28)$$

上式的物理意义是当 $|\sigma_j(s_i)| > |\sigma_0(s_i)|$ 时,说明 s_i 点处退磁作用可能很弱,故可近似忽略其退磁作用。

3. 在迭代计算中,除了迭代初值 σ_0^* 外,均不直接用 $\sigma_j(s_i)$ 而以下式计算的 $\sigma'_j(s_i)$ 作为第 j 次的迭代值,即

$$\sigma'_j(s_i) = \frac{1}{2} [\sigma_j(s_i) + \sigma_{j-1}(s_i)] \quad (29)$$

引进系数 $1/2$ 是由于退磁场 H_e 一般与 H_0 反向,使得迭代中逐次计算的 $\sigma_j(s_i)$ 时而偏大时而偏小围绕其真解 $\sigma(s_i)$ “震荡”。对此, (29) 式将加快收敛速度。

由于在迭代计算中采用了以上三种约束处理,大大改善了收敛性。

四、理论模型和矿区实例

对本方法编制了 DJS-18 型数字电子计算机算法语言程序,并用此程序计算了理论模型和矿区实例。

(一) 理论模型: 图 2、3 所示的分别是单球体和两个远离的磁性不同的球体模型的

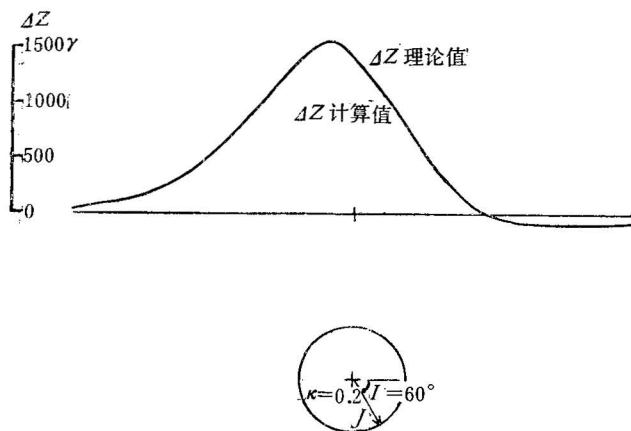
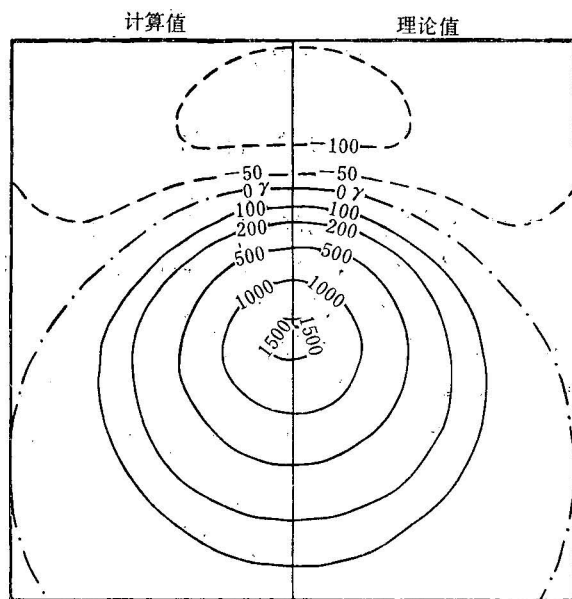
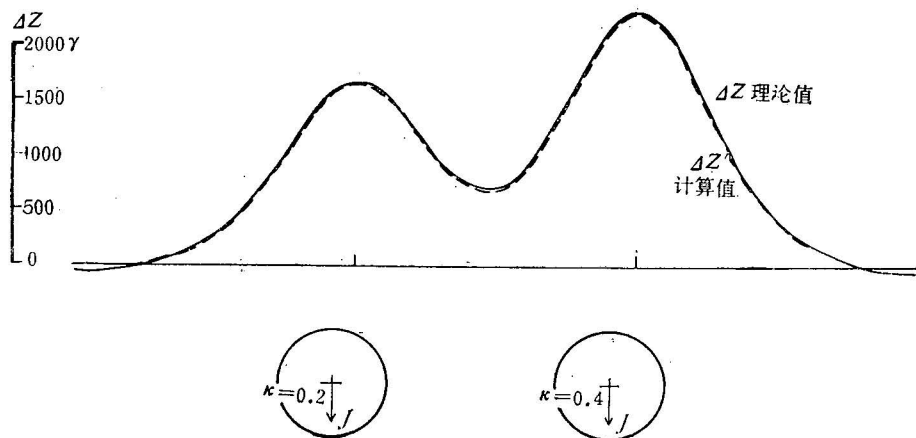


图 2-1 球体中心剖面 ΔZ 异常图

图 2-2 球体 ΔZ 异常平面等值线图图 3 两个球体的中心剖面 ΔZ 异常图

ΔZ 异常计算结果。计算时每个球体表面上取 220 个分点。为了与计算值比较,在图 2、3 上还画出了用球体理论公式经退磁系数 $N = \frac{4}{3}\pi$ 退磁改正后的 ΔZ 异常理论值(对于两个球体的模型,由于两球相隔甚远,可以忽略两球相互间的磁作用,而用两个单独计算的球体 ΔZ 理论值迭加作为模型的 ΔZ 理论值)。

理论模型计算结果表明:

1. 本方法的计算精度较高,面磁荷密度 σ 和磁异常 ΔZ 的计算值都与理论值极为接近,其误差除了两球体模型的个别点在 1—2%,其余均 $< 1\%$,以致在图上完全重合。
2. 按“较均匀磁化体”退磁方法(24)式计算的 σ_0^* 与真解 σ 极为接近。除球体两端截

面周边外, σ_0^* 与 σ 差均在 2% 以内, 而在单球体模型中心剖面的 σ_0^* 与 σ 差 $< 0.5\%$ 。说明对于“较均匀磁化体”用(24)式计算的 σ_0^* 已完全可作为 σ 的近似值, 而以 σ_0^* 作为 σ 的迭代初值将可大大加快迭代收敛速度。

3. σ 迭代收敛稳定且快。说明用加约束的赛德尔迭代法解线性方程组(18)的效果是满意的。

(二) 矿区实例: 对一个已勘探完毕的 M 铁矿区进行了计算, 地质情况如图 4 所示。由大量标本磁性测定表明围岩磁性很弱, 可忽略。矿体内由于磁性不均匀, 大致可分成四个磁性区: M1, M2, M3 为强磁性区, 其磁化率算术平均值 $\kappa_{\text{算}} = 0.226$ CGSM, 磁化率几何平均值 $\kappa_{\text{几}} = 0.157$ CGSM, 剩磁算术平均值 $J_r = 0.013$ CGSM; M4 为中等磁性区, 其 $\kappa_{\text{算}} = 0.070$, $\kappa_{\text{几}} = 0.029$, $J_r = 0.003$ 。此外矿体周围有一层矿化带具弱磁性。

计算时 M1, M2, M3, M4 四个磁性区表面共取 520 个分点。磁性参数取值如下:

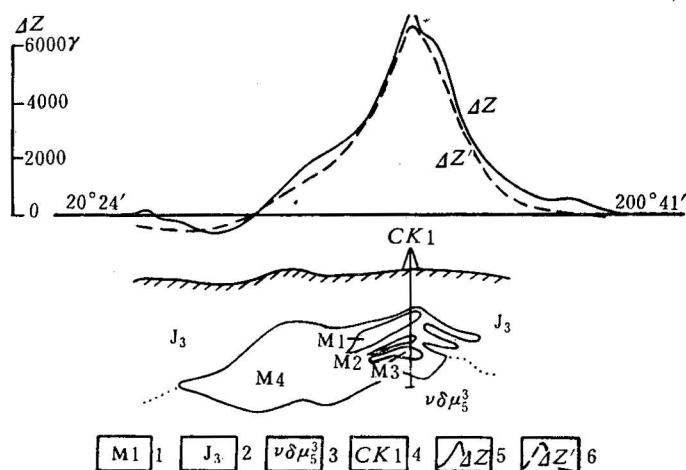


图 4-1 M 铁矿区 300 剖面综合图

1. 磁铁矿体及编号; 2. 安山岩; 3. 辉长闪长玢岩;
4. 钻孔及其编号; 5. 实测 ΔZ 异常; 6. 计算 ΔZ 异常

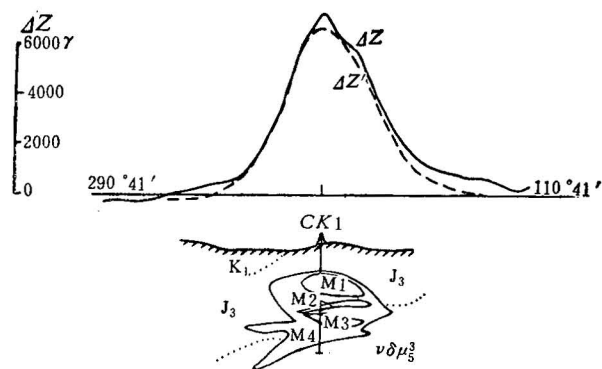
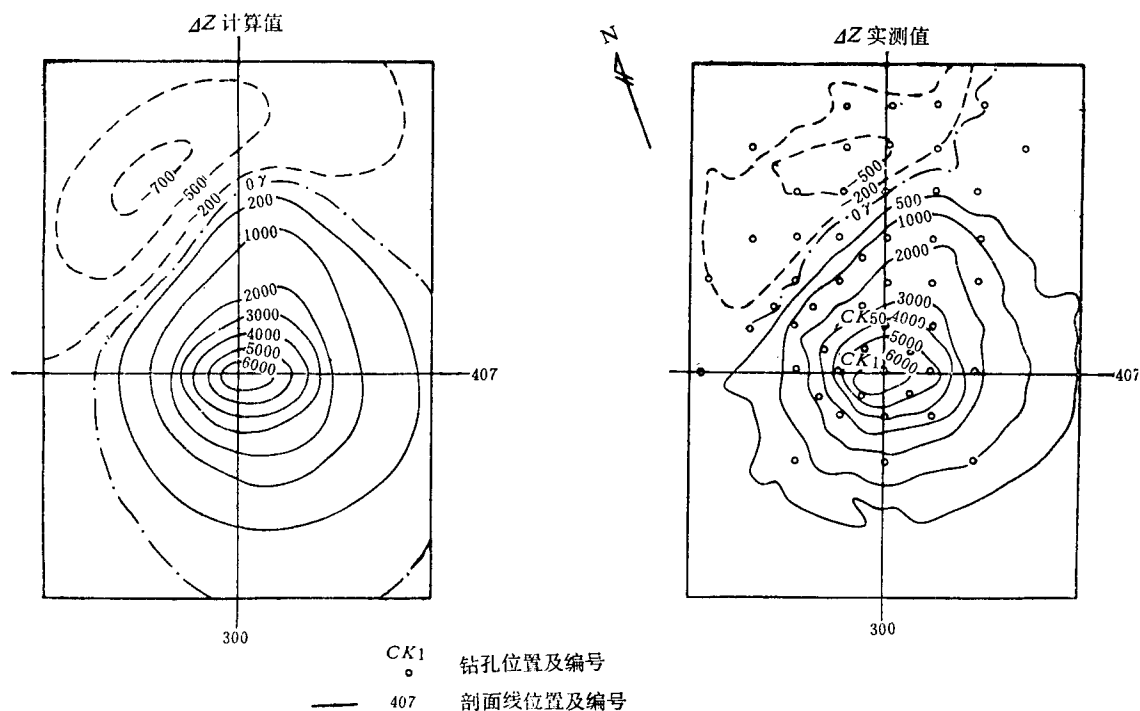


图 4-2 M 铁矿区 407 剖面综合图

K1 凝灰岩、凝灰角砾岩 其余图例同图 4-1

图 4-3 M 铁矿 ΔZ 异常平面等值线图

$M1, M2, M3$ 的 $\kappa = 0.175, J_r = 0.013$; $M4$ 的 $\kappa = 0.070, J_r = 0.003$ 。 σ 迭代计算仅两次, 用 σ 计算的 ΔZ 异常改变量已小于 5%, 故可结束迭代。

计算结果表明用由“较均匀磁化体”退磁近似公式 (24) 式算得的 σ^* 计算的 ΔZ^* 异常已较接近 ΔZ 的计算终值。

ΔZ 异常的计算值与实测值示于图 4。由图可见两者的形态基本吻合, 而前者稍低于后者是由于矿化带的背景异常未计算在内的缘故。这里还值得指出的是, 作正演计算时, 对强磁性矿体磁化率取值以取其几何均值与算术均值之间而靠近几何均值较好, 而对于弱磁性矿体磁化率取值则以其算术均值较好。

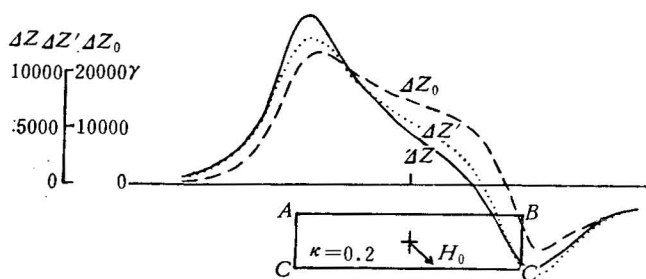
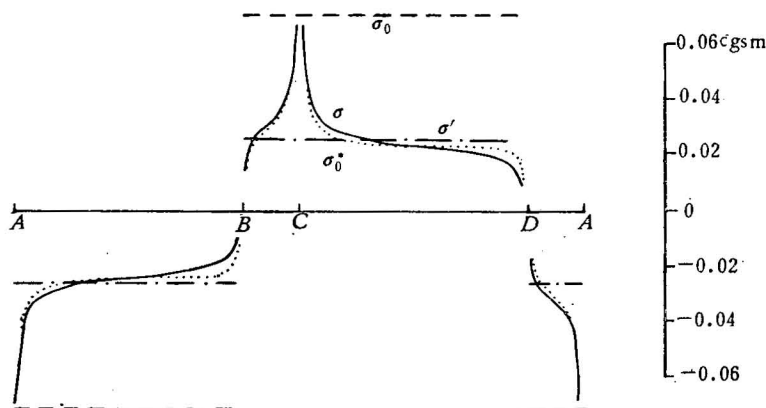
五、关于非均匀磁化体退磁问题的一些研究

本方法提供了对于非均匀磁化体的退磁问题和若干个邻近磁性体相互间磁作用理论研究的途径, 以下就这两个问题作一些初步讨论。

(一) 单个非均匀磁化体的退磁研究:

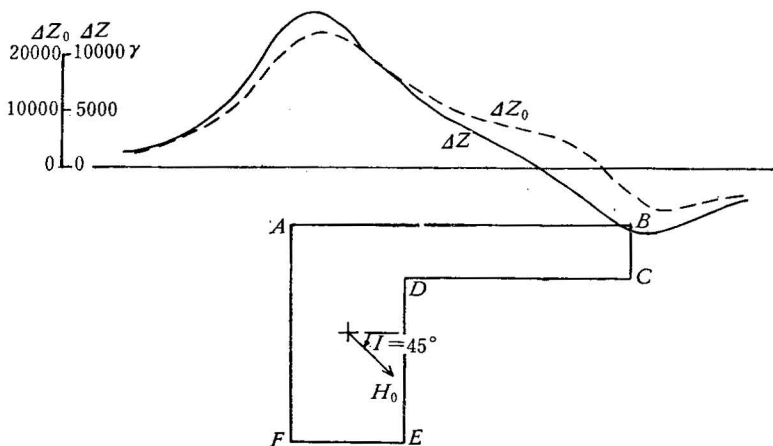
对如图 5, 6 所示的扁方体和倒 L 形体模型 (它们的水平宽度分别为 800 米和 600 米沿垂直剖面方向长分别为 800 米和 500 米) 的面磁荷密度 σ 和 ΔZ 异常的计算结果分别示于图 5, 6 上。在图 5 上还画出了未作退磁改正的值 σ_0 和 ΔZ_0 及用 4:4:1 的扁球体退磁系数近似退磁改正后的值 σ' 和 $\Delta Z'$, 在图 6 上也画出了未作退磁改正的值 σ_0 和 ΔZ_0 , 以与计算值比较。

计算结果表明:

图 5-1 扁方体中心剖面 ΔZ 异常图图 5-2 扁方体中心截面周边 σ 分布展开图

1. 退磁后的有效磁荷面密度 σ 是很不均匀的, 尤以角点和稜边附近更甚 (见图 5-2, 6-2)。在沿磁化方向的一对稜边处 (如图 5-2 的 A、C 点) σ 接近 σ_0 , 即退磁作用弱。而在另一对稜边处 (如图 5-2 的 B、D 点) σ 远小于 σ_0 , 即退磁作用强。

2. 退磁后的 ΔZ 异常形态不仅与未退磁的 ΔZ_0 异常形态差别很大, 而且与用椭球类退磁系数作近似退磁改正的 $\Delta Z'$ 异常形态也有较大差别 (图 5-1, 6-1)。

图 6-1 L 形体中心剖面 ΔZ 异常图 (磁性体 $K = 0.2$)

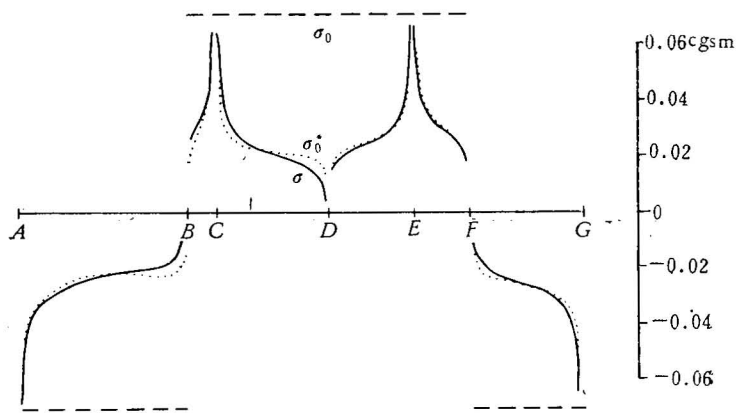


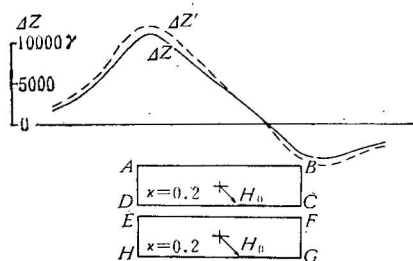
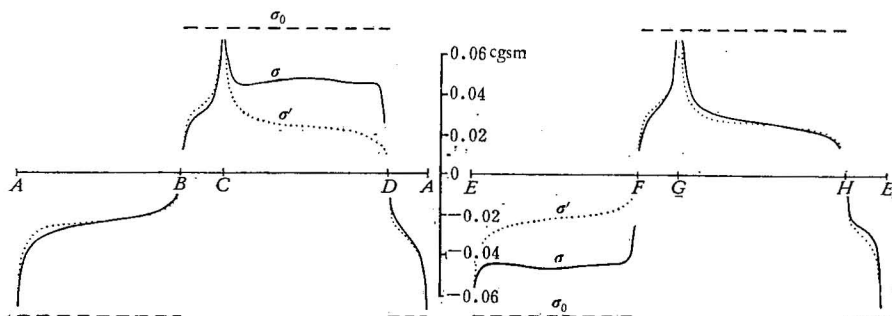
图 6-2 L 形体中心截面周边磁荷密度分布展开图

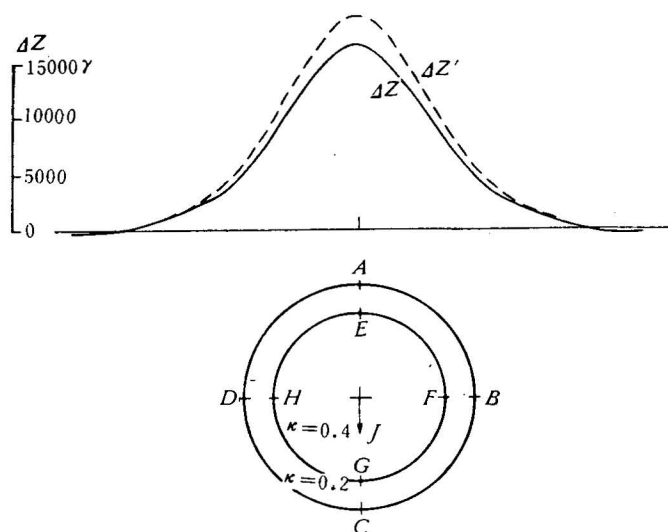
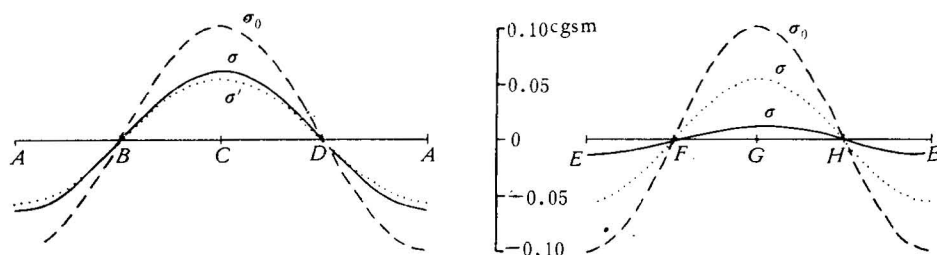
3. 即使在磁化很不均匀的情况下, 按本文提出的对“较均匀磁化体”退磁近似公式计算的 σ_0^* 也比 σ_0 大大接近于 σ 真值(图 5-2, 6-2), 特别在远离角点和棱边的磁化较均匀部位, σ_0^* 与 σ 基本吻合。故用 σ_0^* 作为迭代初值是合适的。

4. σ 迭代收敛稳定且较快, 迭代中约束处理对改善收敛性起了重要作用。

(二) 多个磁性体相互间的磁作用:

用如图 7 所示的两个上下很靠近的扁方体模型(其宽度为 800 米, 沿垂直剖面方向长 800 米)模拟常见的多层矿, 用如图 8 所示的两层同心球模型模拟一个矿体内由于磁性不均而划分成若干个磁性分区的常见情况。计算结果示于图 7、8。图上还画出了不考虑两

图 7-1 双扁方体中心剖面 ΔZ 异常图图 7-2 双扁方体中心截面周边 σ 分布展开图

图 8-1 同心球中心剖面 ΔZ 异常图图 8-2 同心球中心截面周边 σ 分布展开图

磁性体相互间磁作用的值 σ' 和 $\Delta Z'$ 以及未退磁改正的 σ_0 , 以与计算值作比较。

计算结果表明:

1. 由于磁性体表面磁荷的相互磁作用, 改变了它们各自原来的磁荷面密度 σ 的分布情况。在两磁体很邻近的部位, σ 分布的改变很大。随着两磁体界面距离的增大, 相互间磁作用迅速减弱 (图 7-2, 8-2)。

2. σ 分布的改变必然导致 ΔZ 异常的改变。但往往由于紧靠的两个表面上变化的 σ 符号相反, 在计算地面 ΔZ 异常时起了部分抵消作用, 故 ΔZ 异常形态、大小的改变远不如 σ 的改变那样明显。

六、关于人工磁化异常的一些研究

本方法还提供了对于稳定的非均匀人工磁化场中磁性体异常研究的途径, 我们就这方面问题作了一些初步计算研究。

众所周知, 对于磁化率、剩磁、体积各不相同的球形异常源, 只要它们的中心埋深和磁矩相同, 则它们在均匀外磁化场 (如地磁场) 作用下, 在其外部引起的磁异常完全相同, 以至无法区分异常源的性质。

人工磁化法是用通以直流或甚低频交流电的不接地迴线或长导线建立的非均匀人工磁化场来研究异常源的一种方法。由于人工磁场在地下各点的大小和方向各不相同,因此改变迴线框的大小和它与磁性体的相对位置,就可控制磁场穿透深度和对磁性体的磁化方向,加上人工磁化异常仅与磁性体的磁化率有关而与其剩磁大小无关,所以上述在均匀磁化场中引起相同磁异常的不同性质异常源,在非均匀的人工磁化场中将产生完全不同的人工磁化异常,有利于区分矿与非矿的磁异常。

在计算人工磁化异常时,(8)式中的 $H_{0n}(s_0)$ 是磁体表面 s_0 点人工磁化场强度,它可以根据比奥-沙伐尔定理算得,而 $J_{r1n}(s_0) = J_{r2n}(s_0) = 0$ 。在以下计算中,人工磁场源均采用正方形线框,其磁动势取 10 安匝。

(一) 均匀磁化场中等效的球形矿体和岩体的人工磁化异常。

取磁化率 $\kappa = 0.197$, 半径 $R = 50$ 米的球形矿体模型 I 和 $\kappa = 0.004$, $R = 150$ 米的球形岩体模型 II, 它们有相同的磁矩,又令它们的中心埋深均为 160 米,则在均匀磁化场中两者等效。

置方形线框的中心在模型体中心的正上方,改变线框半长 L ,分别算得模型体中心剖面的人工磁化异常垂直分量 ΔZ_2 和比值 $\Delta Z_2/\Delta Z_{2\max}$ 曲线以及线框中心点处百分异常 $\eta = \frac{\Delta Z_2}{\Delta Z_1} \times 100\%$ (式中 ΔZ_1 为线框中心点的人工磁化场垂直分量)随 L 变化的曲线——磁测深曲线示于图 9。

由图 9-1 可见,模型 I 和 II 的磁测深曲线 η 有明显差异。当线框 L 小时,磁化场探测深度小,顶端埋深大的矿体未被激发故 η 小;而岩体因埋藏浅而很快就被探测到,故 η 曲线急剧上升。随着线框 L 的加大,探测深度加大而达到矿体埋藏处,其 η 曲线缓缓上升。当 L 很大时,两条 η 曲线都趋向同一渐近值——均匀场下的百分异常。

由图 9-2、9-3 可见,随着线框 L 的增大,模型 I 中心剖面的 $\Delta Z_2/\Delta Z_{2\max}$ 异常比值

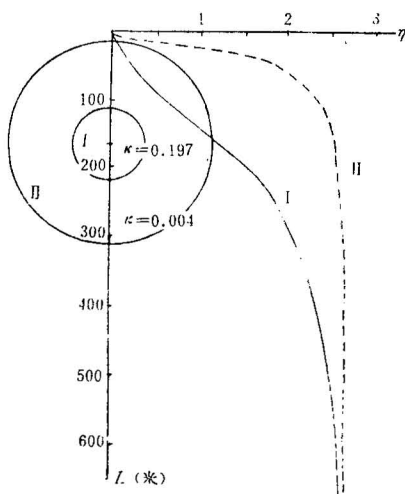


图 9-1 均匀场中等效的球形矿体和岩体的磁测深曲线

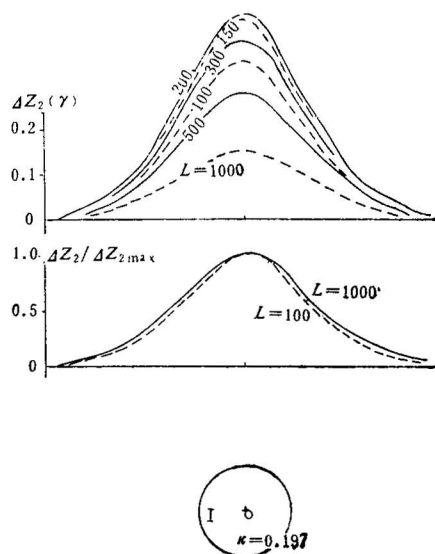


图 9-2 球形矿体中心剖面人工磁化异常

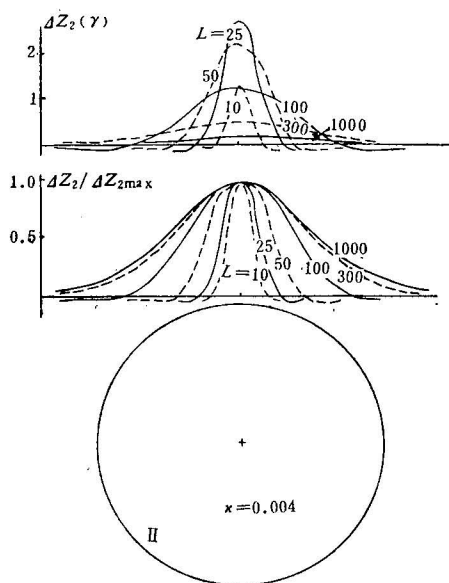


图 9-3 球形岩体中心剖面人工磁化异常

曲线形态变化不大(图 9-2 的异常比值曲线只画出 $L = 100$ 米和 $L = 1000$ 米两条, 而 $L = 150, 200, 300, 500$ 米的曲线均夹在这两条曲线之间), 而模型 II 中心剖面的 $\Delta Z_2 / \Delta Z_{2max}$ 异常比值曲线由狭窄变宽缓, 变化剧烈。这是由于矿体质量相对集中而岩体质量相对分散的缘故。

(二) 改变线框与磁性体的相对位置, 对非等轴状矿体可得到不同的退磁效应。

图 10-1 和图 10-2 分别是线框置于水平扁球形矿体的正上方和侧旁时的 ΔZ_2 剖面曲线。当磁性体在线框正下方时, 磁化场的方向以垂直为主, 故退磁作用强, 退磁后的 ΔZ_2 异常比退磁前的 $\Delta Z'_2$ 异常幅值降低一倍多。而当磁性体在线框侧旁下方时, 磁化场方向以水平为主, 故退磁作用弱, ΔZ_2 与 $\Delta Z'_2$ 的幅值差不多。

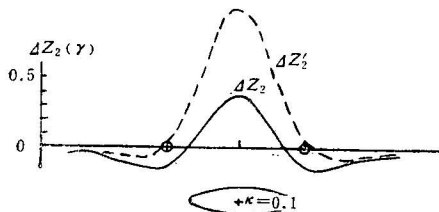
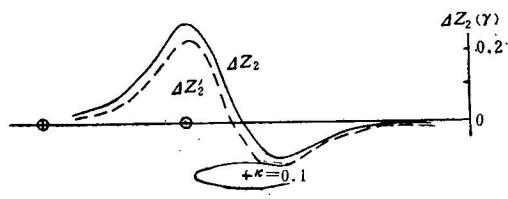
图 10-1 线框置于水平扁球矿体正上方时的 ΔZ_2 剖面曲线图 10-2 线框置于水平扁球矿体侧旁时的 ΔZ_2 剖面曲线

图 11-1 和 11-2 分别是线框置于直立三轴椭球形矿体(三半轴分别为 30, 270, 90 米)的正上方及侧旁时的 ΔZ_2 剖面曲线。这时情况恰与上例相反, 即当线框置于磁性体正上方时退磁效应弱; 而在侧旁时退磁效应强。

由上可见, 对于不同产状的非等轴形矿体, 当改变线框与矿体相对位置时可得到不同

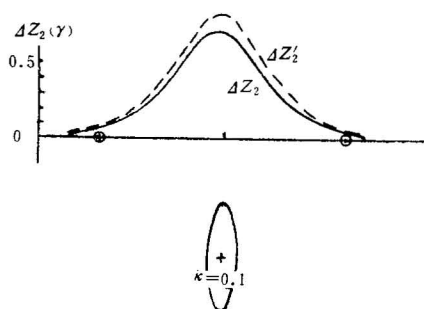


图 11-1 线框置于直立椭球矿体正上方时的 ΔZ_2 剖面曲线

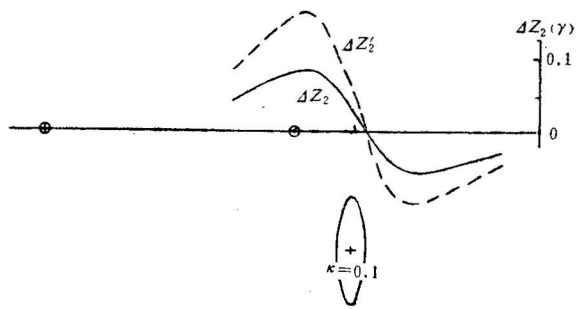


图 11-2 线框置于直立椭球矿体侧旁时的 ΔZ_2 剖面曲线

的退磁效应。而岩体由于磁化率小,将无此明显的退磁效应。

七、结 论

1. 本文提供了对于稳定的(均匀或不均匀)磁化场中多个任意形状强磁性均质三度体磁异常的正演计算方法。它对于用椭球类均匀磁化体或其组合模型难以模拟的实际复杂形状强磁性矿体异常的计算,对于经常遇到的多个矿体邻近分布以及一个矿体内部不同磁性块段相互镶嵌的情形,对于稳定的非均匀场作用下(如人工磁化法)磁异常的计算无疑具有明显的优越性。

2. 本文提出了“较均匀磁化体”退磁的近似计算方法。对于磁化不均匀的情形,由它算得的 σ_0^* 作为 σ 迭代计算的初值是合适的。

3. 用加约束的赛德尔迭代法求解磁体表面磁荷密度 σ , 对于提高收敛速度,改善收敛性是有效的。它在实际复杂形状矿体磁异常的正演计算中尤有重要意义。

4. 通过理论模型和矿区实例计算,说明本方法的计算精度和速度均较满意。

5. 本方法提供了对非均匀磁化体退磁问题理论研究的工具。通过对一些理论模型的初步计算研究,说明以椭球类均匀磁化体或其组合模型去代替复杂形状磁性体作退磁改正时,以及未考虑紧邻的若干个强磁性体相互间的磁作用时,所算得的 ΔZ 异常都将产生一定的畸变。

6. 本方法还提供了对稳定的非均匀人工磁场作用下磁性体人工磁化异常研究的工具。通过对一些理论模型的初步计算研究,表明利用人工磁化异常的磁测深 η 曲线和剖面曲线,以及改变线框与异常源的相对位置而得到的不同退磁效应,有可能分辨在均匀场中等效的而磁性类型不同的磁异常源,以区分矿与非矿磁异常。

显然,用本文提供的方法对上述这些问题作进一步研究将是有意义的。

主 要 参 考 资 料

- [1] Andreas Vogel. 1963 The application of electronic computers to the calculation of affection magnetisation. Geophysical Pros., Vol. XI, No. 1.
- [2] В. А. Фелатов. 1969 Расчёт магнитного поля от двухмерного тела произвольного сечения, Физика Земли, № 2.

CALCULATION OF A MAGNETIC ANOMALY BY THREE-DIMENSIONAL BODIES OF HIGH SUSCEPTIBILITY WITH ARBITRARY SHAPES

Fang Hua-chu

(Institute of Geology and Mineral Resources, Chinese Academy of Geological Sciences)

Abstract

A method for calculating a magnetic anomaly by three-dimensional isotropic bodies of high susceptibility with arbitrary shapes in a stable magnetic field (homogeneous or heterogeneous) is presented. The essence of the method is to calculate the magnetic anomalies caused externally by the density of magnetic charges on the surface of the magnetic bodies, which is defined by the second type of Fredholm's integral equation. On the basis of the study of the physical significance of the problem, the integral equation, after discretization, is solved by a constrained Seidel's iteration method. Both the accuracy and the rate of the calculation are comparatively satisfactory.

An approximate method is also proposed to calculate the demagnetization of the "relatively homogeneous magnetized body", for relatively heterogeneous bodies it is appropriate to take the density of the magnetic charges on the surface deduced by this method as the initial values in the iterative process.

Through calculation of several theoretical models, the author has made some preliminary researches in the aspects of demagnetization of an heterogeneously magnetized body and discrimination of ore from non-ore magnetic anomalies by means of artificially magnetized anomalies.