

# 一种大地电磁场非线性共轭梯度三维并行反演

张昆, 严加永

中国地质科学院矿产资源研究所, 北京, 100037

在 3-D 地质环境中采集的大地电磁场 (MT) 数据, 在某些情况下, 可以谨慎且细心地用 2-D 模型和反演来实现 3-D 地质解释(cf. Wannamaker et al., 1984)。但是, 在大多数情况下, 这种解释方法行不通, 尤其是在地质环境比较复杂的地区, 这就需要有效、高效的 3-D 反演方法。

目前大地电磁三维反演方法仍在发展之中, 国内外提出的三维反演方法包括快速松弛反演 (Smith 等, 1991; 谭捍东等, 2003)、共轭梯度反演 (Mackie 和 Madden, 1989; 林昌洪等, 2011)、拟线性近似反演 (Zhdanov, 2000)、贝叶斯统计反演 (Spichak 等, 1995) 和非线性共轭梯度 (NLCG) 反演 (Newman 和 Alumbaugh, 2000) 等方法, 各种方法都存在优、缺点, 需要继续完善。

本文用预处理非线性共轭梯度方法构建 3-D MT 反演问题, 结合前人的工作成果, 改进了 NLCG 反演中的预处理方法, 用一个与当前迭代模型电阻率有关的参数代替 Hessian 矩阵的计算, 避免了每个频点中 4 次正演计算。此外, 使用 OPENMP 并行方法建立了反演算法的并行结构, 采用分频点并行计算, 提高了效率。通过正演模拟数据测试了反演方法的正确性和预处理方法的高效性。

## 1 交错网格有限差分正演 (Smith, 1996)

在笛卡尔坐标系下沿 x 、y 、z 三个坐标轴将地下空间划分成  $N_x$  、 $N_y$  、 $N_z$  个小的长方体网格单元, 间距为  $\Delta x_{(i)} (i=1, \dots, N_x)$  、 $\Delta y_{(j)} (j=1, \dots, N_y)$  、 $\Delta z_{(k)} (k=1, \dots, N_z)$  。编号为 (i, j, k) 的长方体网格单元长度、宽度和高度分别为  $\Delta x_{(i)}$  、 $\Delta y_{(j)}$  、 $\Delta z_{(k)}$ , 电阻率为  $\rho(i, j, k)$  。其中电场取在各网格单元边缘的中点, 磁场取在各

网格单元表面的中心。

节点  $(x_{i-1/2,j}, y_j, z_k)$  在 x 方向上交错网格差分的近似表达式为:

$$\begin{aligned} &i\omega\mu_0 E_{x_{i-1/2,jk}} x_{i-1/2} y_j z_k / \rho_{i-1/2,jk} = \\ &(E_{y_{j+1/2,k}} - E_{y_{j-1/2,k}}) z_k - (E_{x_{i-1/2,j+1/2,k}} - E_{x_{i-1/2,j-1/2,k}}) z_k x_{i-1/2} / y_{j+1/2} \\ &- (E_{y_{j-1/2,k}} - E_{y_{j-1/2-k}}) z_k - (E_{x_{i-1/2,jk}} - E_{x_{i-1/2,j-1k}}) z_k x_{i-1/2} / y_{j-1/2} \\ &+ (E_{z_{jk+1/2}} - E_{z_{j-1,k+1/2}}) y_j - (E_{x_{i-1/2,j+1/2,k+1}} - E_{x_{i-1/2,j+1/2,k-1}}) x_{i-1/2} y_j / z_{k+1/2} \\ &- (E_{z_{jk-1/2}} - E_{z_{j-1,k-1/2}}) y_j + (E_{x_{i-1/2,jk}} - E_{x_{i-1/2,jk-1}}) y_j x_{i-1/2} / z_{k-1/2} \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $\sigma$  为电导率,  $\mu$  为磁导率,  $\mu_0$  为真空磁导率,  $\omega$  是角频率。通过方程 (1) 及其在 y、z 方向上的扩展可以得到所有网格节点  $E_x$  、 $E_y$  、 $E_z$  的表达式。

## 2 非线性共轭梯度反演

根据 Newman 和 Alumbaugh 在 2000 年提出的非线性共轭梯度算法, 目标函数为和拟合项梯度分别为:

$$\begin{aligned} \varphi &= \sum [(Z^{\text{obs}} - Z) / \varepsilon]^2 + \lambda m^T W^T W m \\ \partial \varphi_d / \partial m &= -2 \operatorname{Re} \sum ((Z^{\text{obs}} - Z) / \varepsilon^2) * \partial Z / \partial m \end{aligned} \quad (2)$$

非线性共轭梯度的模型由单减或沿搜索方向的线性查找确定 (Rodri 和 Mackie, 2001):

$$\begin{aligned} m_0 &= \text{given} \\ \varphi(m_k + \alpha_k p_k) &= \min_{\alpha} \varphi(m_k + \alpha p_k) \\ p_0 &= -C_0 (\partial \varphi_0 / \partial m_0) \\ p_k &= -C_k (\partial \varphi_k / \partial m_k) + \beta_k p_{k-1}, k = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (3)$$

注: 本文由国家科技专项: 深部矿产资源立体探测与实验 (SinoProbe-03) 和地质大调查项目: 长江中下游地壳精细结构与控矿研究 (1212010981004) 联合资助。

收稿日期: 2013-03-13; 改回日期: 2013-03-31; 责任编辑: 黄敏。

作者简介: 张昆, 男, 1983 年生, 硕士, 助理研究员。主要从事地球物理方法研究和应用。Email: [zhangkun1010@163.com](mailto:zhangkun1010@163.com)。

本文在 Rodi 等 (2000) 提出的二维非线性共轭梯度算法的基础上, 扩展和改进了预处理方法, 给出了模型参考系数, 使用当前迭代模型的电阻率对预处理系数进行校正:

$$C = (C_m \gamma I + \lambda L^T L)^{-1} \quad (4)$$

其中  $C_m$  为一个与当前模型模型电阻率和数据误差相关的系数。在此基础上,  $C$  能够替代 Hessian 函数, 减少了每个频点 4 次正演计算, 提高了计算效率, 并且在最大程度上降低了反演对初始模型的依赖性。

本文使用 OPENMP 并行计算技术, 根据计算机线程数量将各频点数据分配给不同的线程, 这样虽然使内存损耗接变为串行计算的线程数量倍, 但是计算效率也同时提高到线程数量倍。此外, 由于本文的并行反演方法是高效低损耗的方法, 对内存和 CPU 的要求较低, 因此并行程序能够适用于目前主流的 PC 机, 基本上不受硬件条件制约, 能够在多种操作系统上推广使用。

### 3 算例

本文在前人研究成果的基础上, 改进并实现了

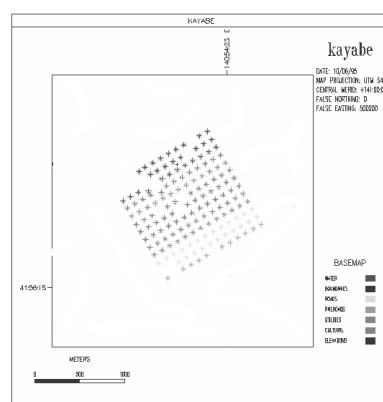


图 1 KAYABE 测点示意图

(根据 MTNET 公开图件修改)

大地电磁非线性共轭梯度三维反演算法, 开发出了相应的软件, 并使用日本 kayabe 地区的三维数据验和其他算法结果证了算法和软件的正确性和有效性。

本文 NLCG 反演使用 6 个频点, 初始模型网格设为  $23*23*38$ , 89 次迭代后结束, 最终 RMS 为 2.32, 在 CPU 主频 2.93GHz 的 4 核 8 线程计算机上计算时间为 8 小时。四种反演方法的结果中 100m–200m 深度范围内, 都表现出主体低阻异常特征和周边相对高阻异常特征, 而对测区中部小范围次高阻异常体的反应存在较大差异, 本文 NLCG 方法与 REBOCC 方法的结果有较高的相似度, 反演结果基本一致, 说明本文 NLCG 反演方法是正确有效的。

### 参 考 文 献 / References

- Rodi WL and Mackie RL. 2001. Nonlinear conjugate gradients algorithm for 2-D magnetotelluric inversion[J], Geophysics. 66(1): 174–187  
 J. Torquil Smith. 1996. Conservative modeling of 3-D electromagnetic fields, Part I: Properties and error analysis. Geophysics[J]. 1308-1318  
 Gregory A. Newman and David L. Alumbaugh. 2000. Three-dimensional magnetotelluric inversion using non-linear conjugate gradients[J]. Geophys. J. Int. 410:424

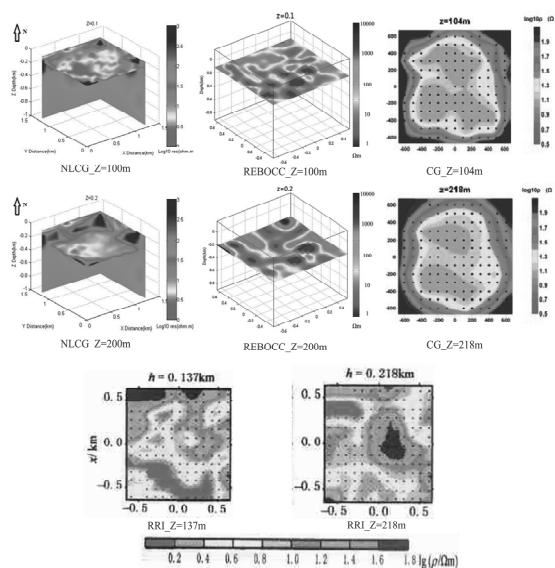


图 2 KAYABE 实测数据不同反演方

法结果对比 (深度 100m 和 200m 水平切片)