

基于三维矿化域模型的泥河铁矿床动态储量估算

张明明¹⁾, 李晓晖¹⁾, 周涛发¹⁾, 袁峰¹⁾, 吴明安²⁾, 赵文广²⁾

1) 合肥工业大学资源与环境工程学院, 合肥, 230009; 2) 安徽省地质调查院, 合肥, 230001

内容提要: 基于泥河铁矿床矿体地质特征的详细研究, 本文结合边界品位指标以及样条曲线方法对矿体边界进行简化平滑处理, 并通过对各剖面的矿体解译边界进行圆滑渐变处理建立控制矿化边界的矿化域模型。基于矿化域模型, 用于储量估算的样品分析数据具有更好的连续性和全面性, 避免了双指标圈矿带来的矿体形态过度复杂和在三维空间内不可避免的空间占位现象。基于矿化域模型进行的储量估算, 可以更快速、合理地获取矿体品位的空间分布特征, 从而提高金属矿床储量估算结果的准确性和合理性。

关键词: 矿化域; 动态; 储量速算; 单指标; 样条曲线

地质找矿和矿产资源勘查的目的是找到符合当前工业要求的矿产资源(阳正熙, 2006; 侯德义等, 1997), 并通过勘查手段、选冶实验及经济指标来确定矿体边界(即矿与非矿), 最后对达到经济指标的工业矿体进行资源储量估算。由于全球经济一体化的深入, 经济指标常随着国际市场矿产品的价格升降浮动, 经济指标的变动对资源储量的影响巨大, 常需要对资源储量进行重新估算来应对随之而来的生产和经营决策。

随着计算机技术的迅猛发展, 很多固体矿产储量估算方法与计算机技术相结合, 借助一体化的矿产资源信息系统进行储量估算更加准确高效, 已经成为储量估算的必然趋势。目前国际先进的矿业软件如 Micromine、Datamine、Surpac 等均具有多种资源储量估算功能, 三维地质软件的引入, 可以更详尽地获取矿床的三维空间形态, 能够将矿床地质数据库建立、矿体三维建模、储量估算一体化实现(Pundt H. et al., 2000; Marcus A., 2006; 张宝一等, 2007; Su Xing et al., 2010; An Congrong et al., 2010), 在一定程度上推动了我国资源储量评价工作的发展。

目前国内外利用三维建模技术进行资源评价及矿山管理已获得了一定的成果(Simon W H., 1994;

Gong JianYa, 2004; 张宝一等, 2007; 张明明等, 2011), 但由于国内固体矿产资源储量估算的习惯方法为双指标圈矿, 即将矿体分为边界品位矿体和工业品位矿体, 人为割裂了矿体的完整性, 造成矿化域的不连续, 使矿体建模易发生空间占位的情况。且矿体建模时习惯性采用的直线圈矿易忽视矿床的总体特征, 造成“就矿连矿”的现象(张宝一等, 2007; 张明明等, 2011)。因此, 本文基于 Surpac 三维地质建模软件, 利用单指标对泥河铁矿床进行矿体解译, 并通过样条曲线进行矿化域模型的构建, 基于矿化域模型的储量估算可以更合理地应用已有化验数据, 更快速、合理地获取不同经济指标下的储量估算结果。

1 泥河铁矿床概况

泥河铁矿床位于长江中下游成矿带内庐枞盆地的西北部, 矿床中铁、硫储量均达到大型矿床规模, 硬石膏储量达到中型规模, 是庐枞地区铁矿勘查研究的重要成果和矽岩型铁矿深部找矿的重大突破(常印佛等, 1991; 储国正等, 1999; 汤加富等, 2010; Zhou Taofa et al., 2008; 周涛发等, 2008, 2010; 张荣华等, 2010; 董树文等, 2010; 吕庆田等, 2010; 高锐

注: 本文为“十一五”国家科技支撑计划项目(编号 2009BAB43B02)、国家自然科学基金资助项目(批准号 40830426)、国家“深部探测技术与实验研究专项计划”专题(编号 SinoProbe-03-02-05; 201011047-07)、安徽省自然科学基金资助项目(编号 090415213)和新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-10-0324)的成果。

收稿日期: 2012-02-08; 改回日期: 2012-07-31; 责任编辑: 章雨旭。

作者简介: 张明明, 女, 1981 年生。合肥工业大学资源与环境工程学院讲师, 在职博士研究生。主要从事地质体三维建模应用及成矿预测方向的研究。Email: mm81_0@126.com。通讯作者: 周涛发, 男, 1964 年生。教授, 博导。主要从事矿床学和环境地球化学研究。Email: tfzhou@hfut.edu.cn。

等,2010),是长江中下游成矿带内近年来的重大发现之一,具有重要的理论意义和勘探价值。泥河矿区内主要地层为下白垩统砖桥组和双庙组安山质火山熔岩和碎屑岩,侵入岩体主要为辉石闪长玢岩。磁铁矿体呈厚大的透镜状分布于闪长玢岩穹窿顶部,硫铁矿体和硬石膏矿体主要呈透镜状、似层状产于砖桥组地层中(图1)。矿床中金属矿物主要为磁铁矿和黄铁矿,非金属矿物主要为硬石膏、辉石和石英。矿石以磁铁矿—硬石膏—辉石组合为特征。矿石的结构构造主要为浸染状构造、块状构造、自形—半自形粒状结构、他形粒状结构、交代假像结构和筛状结构等。矿区围岩蚀变强烈,自下往上可划分为深色蚀变带、叠加蚀变带和浅色蚀变带,主要蚀变类型包括硬石膏—辉石岩化、黄铁矿化、硅化和泥化等。泥河矿床的形成经历了磁铁矿—黄铁矿阶段、石英—碳酸盐—黄铁矿阶段、石英—黄铁矿阶段和胶状碳酸盐硫酸盐阶段等四个成矿阶段。通过对矿床地质特征的分析以及与宁芜盆地典型玢岩型铁矿床对比研究,认为泥河铁矿床的形成与辉石闪长玢岩关系密切,属于“陶村式”玢岩型铁矿床(周涛发等,2010,2011;吴明安等,2011;赵文广等,2011)。

2 三维矿化域模型的建立

矿产资源/储量估算工业指标是评价矿床工业价值和圈定矿体估算矿产资源储量的依据。矿床工业指标内容包括边界品位、最低工业品位、最小可采厚度、夹石剔除厚度、有害组分最大允许含量、矿石品级划分等。

一般情况下使用传统的块段法进行矿产资源/储量估算时,需将地质域划分为: < 边界品位, 边界品位—最低工业品位, ≥ 最低工业品位等区间,这些区间的划分具有一定的经济意义。而矿产资源的市場是一个变化的市场,由于技术的更新和國際市場价格的波动,最低工业品位等指标亦会随之发生波动。当这些条件发生变化时,需要重新进行科学论证确定边界品位和最低工业品位指标。由此引发的重复圈定和估算,将浪费大量的人力物力。泥河铁矿床具有品位变化连续的特点,因此本文将泥河铁矿床地质域作为一个整体进行研究,以矿化品位作为指标在地质域中进行边界圈定,建立完整的矿化域,使所有矿化信息具有整体性和统一性,在实际工作中此矿化品位指标可能小于最低边界品位,储量估算中将通过对块体模型进行约束得到当前市场状态下的工业品位矿体及低品位矿体的体积、平均品

位、储量等信息。而当市场变化时,可方便修改块体模型的约束得到适合当前市場的储量报告,达到方便动态估算的目标。

前期工作中泥河铁矿床依据勘探工程控制程度、矿体赋存规律、样品分析结果等按照边界指标要求对矿体范围进行圈定。对矿床中磁铁矿体的圈定和连接对比根据控矿地质因素、矿化赋存部位、矿化特征及矿石的自然类型等因素进行。使用传统的块段法进行矿产储量估算时,采用边界品位和最低工业品位作为双指标,将矿体划分低品位矿体和工业品位矿体,从而在储量估算过程中分别代表一定的经济意义(阳正熙,2006;张明明等,2011)。

采用双指标进行圈矿建立的三维矿体模型在储量估算过程中具有一定的局限性。双指标圈矿会导致矿体形态过度复杂,在真三维空间表达过程中不可避免地产生矿体之间的空间占位现象,对于这种空间占位现象的处理极大影响了三维储量估算工作的效率;同时,矿产资源与市場和技术因素的关系密切,市場的波动和技术的变更常会导致工业品位等指标发生波动。三维储量估算方法的优势是可以通过对估值获取的地质域中各位置的品位信息进行分类提取,即可获得不同品位区间的矿产储量信息,而采用双指标建立的三维模型将掩盖三维储量估算方法在品位指标选择过程中的优越性。

针对以上原因,本文采取单指标建立泥河铁矿床磁铁矿三维矿化域模型,并对储量进行估算。本文在构造矿化域的过程中汲取了SD储量估计方法中应用样条曲线的思想(袁勇等,2009),在对安徽省庐江县泥河铁矿床的相关地质特征进行了大量研究的基础上,采用样条曲线对矿体的空间解译线进行平滑处理,并通过对相邻剖面的矿体解译线进行空间渐变处理,使建立的三维矿体模型平滑、连续,更好地符合于矿化地质域的空间形态(图2)。

3 距离幂次反比法动态估算资源储量

3.1 距离幂次反比法的计算方法和原理

距离幂次反比法是滑动加权平均插值方法的一种重要计算方法,该方法建立在区域化变量基础之上,即假设待插值的空间点属性值在一定的范围内具有相关性(王仁铎等,1988;侯景儒等,1998;张明明等,2011),其基本原理是:假定区域化变量之间存在相关性,并且这种相关性可以定量地表示为样点(值已知的“块”)与待估点(等待估值的“块”)之

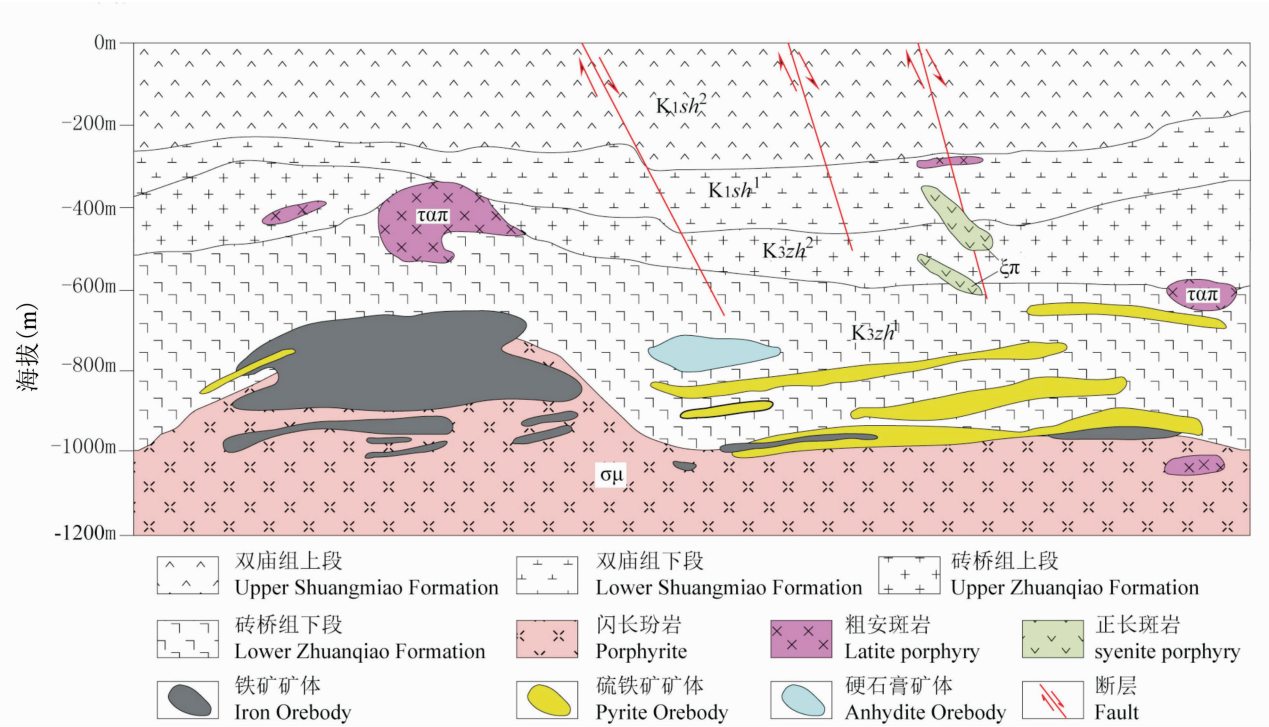


Fig. 1 Geological No.1 section profile of the Nihe deposit(From Zhao Wenguang et al. ,2011)

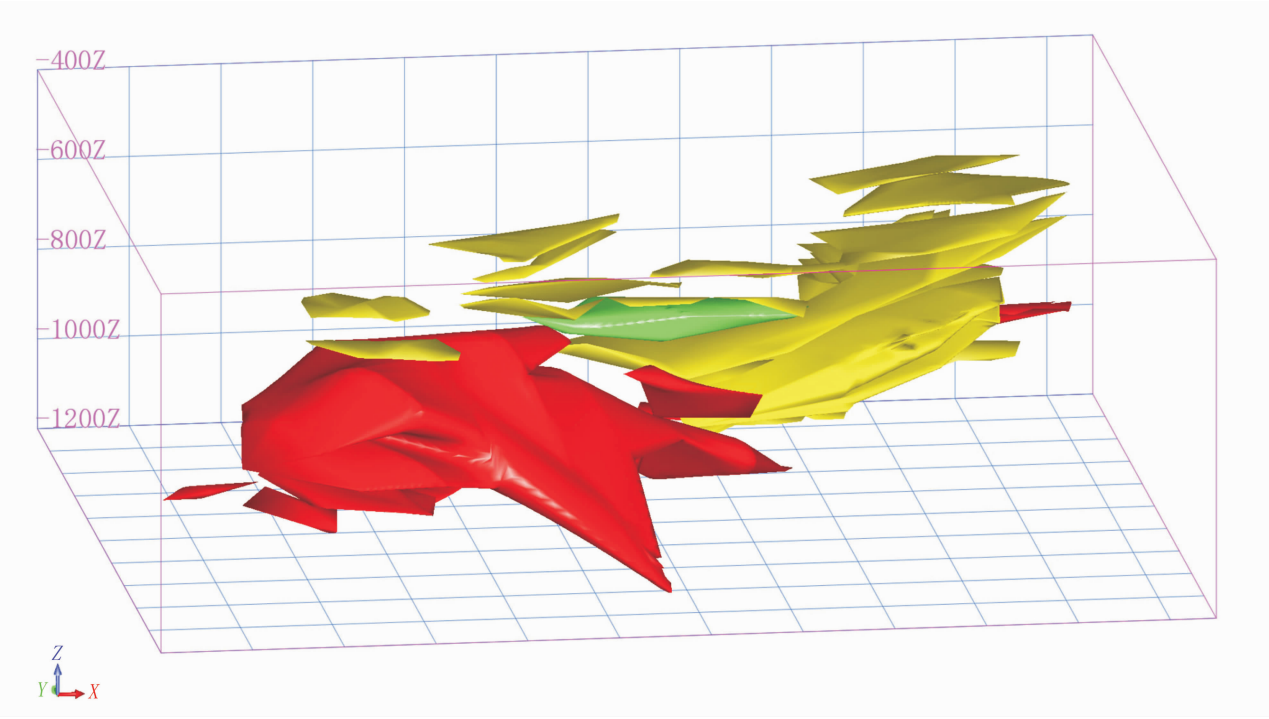


Fig. 2 The Nihe Fe deposit in three-dimensional mineralization domain model

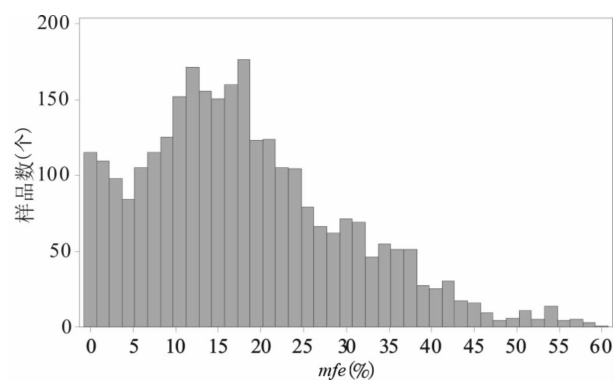


图 3 泥河铁矿床磁铁矿石组合品位直方图
Fig. 3 The magnetic iron ore (*mfe*) grade histogram of the Nihe Fe deposit

间的距离的幂次成反比。

距离幂次反比法的基本公式为 (Bartier, 1996; 李章林等, 2007):

$$Z^*(B) = \sum_{i=1}^N Z(x_i) \lambda_i$$

(1)

其中 $Z^*(B)$ 为待估点的属性值; $Z(x_i)$ 为已知采样点的属性值; λ_i 为已知点的权重。确定权重 λ_i 的方法为:

$$\lambda_i = \frac{\frac{1}{d_i^k}}{\sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{d_i^k}\right)}$$

(2)

式中, d_i 为待估点与已知点之间的距离; k 为 d_i 的幂指数, 其取值视具体情况而定, 通常可取 1、2、3 等整数, 在一般估值过程中, k 常取值为 2 (Davis J C. et al., 1986; Franke R., 1982)。

3.2 样品分析及样品组合

由于空间估值的研究对象是等空间支撑度的量, 因此将泥河铁矿床中纳入矿化域的样品按等长

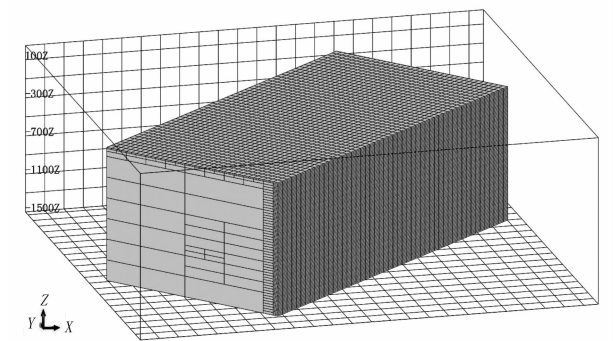


图 4 块体模型示意图(不含约束的块体模型)
Fig. 4 The block model (without constraints)

度进行组合。通过对所有样品的样长进行基本统计分析, 选取 1.7m 作为组合样品的长度对矿化域内样品进行组合。全部样品组合后的磁铁矿 (*mfe*) 品位直方图如图 3 所示。

3.3 储量估算块体模型的建立

本文用于估值的块体模型定义单个块体的基本长宽尺度为加密勘探线距的 1/5 即 20m, 高程方向上的块尺寸为组合样长的 2 倍即 3.4m。为提高块体模型估值以及与实体模型符合的精度, 结合最低可采厚度, 本文对基本块进一步划分子块, 子块被定义为基本块体体积的 1/64。为了后期更好地对储量进行分类统计, 本文结合泥河铁矿矿体的走向方位对块体模型的方位角进行了定义, 建立的块体模型见图 4。

3.4 搜索椭球体的确定

对待估块体进行估值时, 由于块体品位的空间相关性随着与待估块体距离的增大而减小, 因此对于用于估值的样品应限定在一定的范围内, 从而避免距离较远、相关性较弱的高值或者低值样品对估值结果产生较大影响。

同时, 搜索椭球的形状和方位对于估值也具有一定影响, 通过对椭球的长轴、次长轴、短轴进行定义, 可以更合理地对矿体品位的各向异性特征进行度量。一般来说, 椭球体长轴方向应当与矿体走向一致。直观来说, 搜索椭球体的形状、方位应接近矿体的形状和方位。

设定椭球体的几何参数与块体模型的关系如图 5 所示: 椭球体的长轴方向应对应于矿体的走向方

表 1 动态储量估算结果表
Table 1 Result of dynamic reserves estimate

磁铁矿石品位 (%)	体积 (m³)	吨位 (t)	mfe
0.0 ~ 12.0	19197850	60538482	7.926
12.0 ~ 14.0	7313288	23709182	13.057
14.0 ~ 16.0	8481109	27807678	15.04
16.0 ~ 20.0	15570300	51895677	17.702
20.0 ~ 25.0	9949861	34526646	22.143
25.0 ~ 30.0	7082752	25598162	27.311
30.0 ~ 35.0	3873769	14551053	32.417
35.0 ~ 40.0	1327673	5208348	37.231
40.0 ~ 45.0	500963	2031522	41.899
45.0 ~ 50.0	200685	848581	47.988
50.0 ~ 55.0	170340	744884	52.421
55.0 ~ 100	1020	4553	55.059
总计	73669612	247464769	17.864

向;次长轴方向对应于矿体的倾向;短轴方向对应于矿体的真厚度方向。而椭球体的倾角则对应于矿体倾角;椭球体的倾伏角对应于矿体走向方向的倾伏角(图5)。

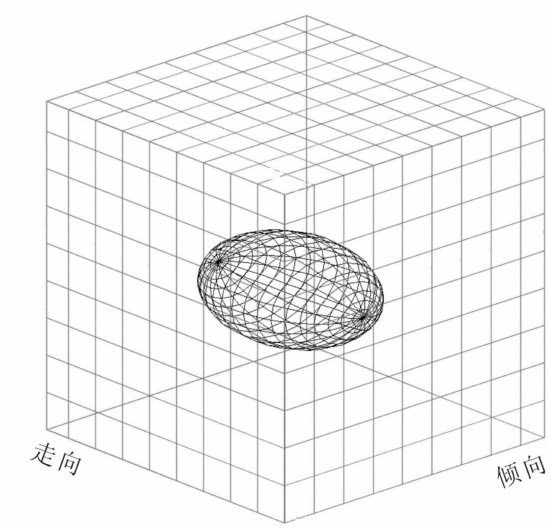


图5 矿体模型与椭球体模型关系示意图
(张明明等,2011)

Fig. 5 Relationship of mineral model and ellipsoid model
(after Zhang Mingming et al. ,2011)

本文根据泥河铁矿床主矿体(1号磁铁矿体)的空间形态对搜索椭球体的各向异性比率进行设定,长轴与次长轴之间的比率对应于矿体走向方向的平均长度与矿体倾向方向的平均宽度的比值,长轴和短轴之间的比率对应于矿体走向方向的平均长度与矿体的平均厚度的比值。矿体的平均长度、平均宽度和平均厚度分别通过横、纵剖面矿体解译线控制的矿体形态进行平均计算得到。

3.5 动态储量估算

动态储量估算是在矿化域中动态划分品位区间,对各区间进行估算,通过累加获得不同区间的估算结果。该方法通过累加时简单的区间选择即可替代传统方法中由于市场变化引发的矿体边界重新圈定的工作,且品位区间的划分可根据需要方便修改,满足市场变化要求,具有适应性强、方便快速的特点。本文在建立磁铁矿矿化域的基础上对泥河铁矿床的磁铁矿储量进行估算研究。双指标圈矿分类得到的磁铁矿和铁硫混合矿,由于其在空间上具有连续性,在本文中属于同一矿化域内。本次储量估算将矿化域内的磁铁矿石和硫铁矿石混合矿均按照磁铁矿石进行计算,如需进一步对上述两种矿石分别进行储量估算,可以通过对有效铁和有效硫两种指标分别进行估算结果并进行分类统计得到。估算结果如表1所示,磁铁矿石品位空间分布如图6所

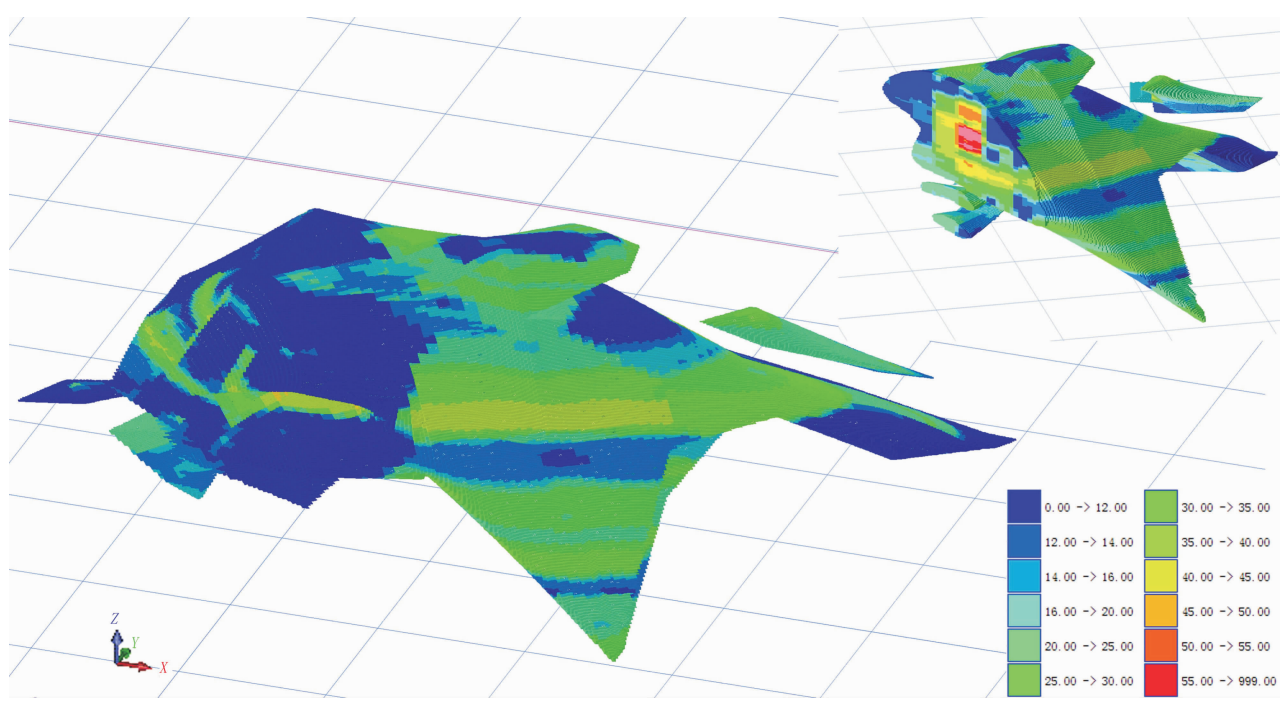


图6 磁铁品位空间分布图
Fig. 6 Spatial distribution of mfe grade

示。

3.6 结果分析

从估算结果可看出,基于矿化域进行的储量估算可得出不同品位区间储量结果,通过区间的累加统计可实现动态储量估算,避免了由于边界品位变化引发储量估算工作的重复。并可以通过绘制品位—吨位曲线(图 7、图 8),依据不同的经济工业指标实时得出相应的储量估算结果参与经济评价。

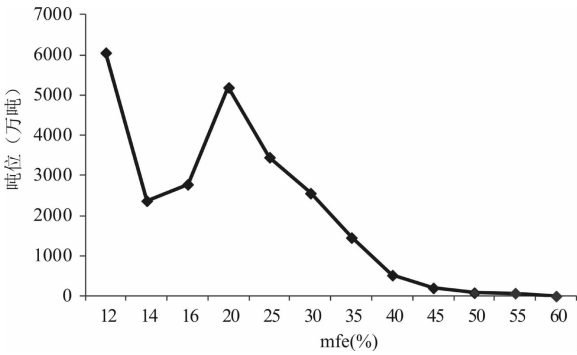


图 7 磁铁品位—吨位曲线
(mfe 平均品位—矿石储量)
Fig. 7 The curve of mfe grade — tonnage
(mfe average grade — ore reserves)

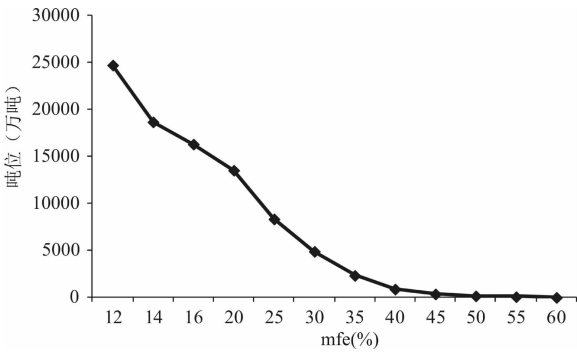


图 8 磁铁品位—累计吨位曲线
(mfe 平均品位—矿石累积储量)
Fig. 8 The curve of mfe grade—total tonnage
(mfe: Average grade — the accumulated ore reserves)

在基于矿化域进行的储量估算过程中,滑动加权平均插值方法利用矿化域中所有的样品分析数据对矿化域中的每一块体单元品位进行估算,更好地保持了数据的整体性和连续性,具有线性无偏的优点。较之基于独立矿体分别进行的储量计算(张明明等,2011),此次泥河铁矿床基于矿化域进行的储量估算的结果边界品位以上储量与之相对一致。

需要说明的是,本文的上述估算方法没有考虑夹石和脉岩的影响,如需获取更为精确的储量结果,需对矿体内夹石和脉岩进行单独建模,并通过与矿化域进行三维空间计算,去除夹石和脉岩对于储量估算结果的影响。

4 结论

本次铁矿床储量估算突破了以往传统储量估算受经济指标、技术方法等因素的制约,当环境改变时需重新圈矿造成的人力、物力的大量浪费,使用三维建模的方法实现了安徽庐江县泥河铁矿床部分矿体的动态储量估算实验,提出了矿化域建立及动态储量估算的方法。在对安徽省庐江县泥河铁矿床的矿床特征进行综合研究和建立泥河铁矿床三维矿化域模型的基础上,本文进行的泥河铁矿床储量估算具有快速计算、实时获取的特点。泥河铁矿床三维矿化域模型依托边界品位建立,避免了以往双指标圈矿带来的复杂矿体形态及矿体空间域的不完整,保证了矿床形态的完整性和延续性;矿化域边缘的圆滑和形态渐变处理,以矿床特征为依据,更符合于矿体的真实形态。

本次储量估算建立的三维矿化域模型涵盖了边界品位以上的磁铁矿体范围,用于估算的岩芯品位分析数据更为全面和完整,估算获得的矿体品位的空间分布特征也更加合理和准确。基于单指标建立的三维矿化域模型的储量估算,可更为合理地对矿体品位进行分级统计,获取更大范围内不同品位区间的储量估算结果,快速准确地为泥河铁矿床资源性资产评估和矿业权评估提供动态的资源量和赋存空间的可靠依据,适应现代矿业高速发展的实际要求。

参 考 文 献 / References

常印佛, 刘湘培, 吴言昌. 1999. 长江中下游铜铁成矿带. 北京: 地质出版社, 71 ~ 76.
储国正. 1999. 安徽沿江地区铜金多金属矿化系列及其相互关系. 安徽地质, 9(1): 45 ~ 53.
董树文, 项怀顺, 高锐, 吕庆田, 李建设, 占双庆, 卢占武, 马立成. 2010. 长江中下游庐江—枞阳火山岩矿集区深部结构与成矿作用. 岩石学报, 26(9): 2529 ~ 2542.
高锐, 卢占武, 刘金凯, 匡朝阳, 鄢少英, 李朋武, 张季生, 王海燕. 2010. 庐—枞金属矿集区深地震反射剖面解释结果——揭露地壳精细结构, 追踪成矿深部过程. 岩石学报, 26(9): 2543 ~ 2552.
侯德义, 刘鹏鄂, 李守义. 1997. 矿产勘查学. 北京: 地质出版社.
侯景儒, 黄竞先. 1998. 实用地质统计学. 北京: 地质出版社, 1 ~ 9, 32 ~ 36.

李章林, 张夏林. 2007. 距离平方反比法矿产资源储量计算模块设计与实现. 地质与勘探, 43(6): 92 ~ 97.

吕庆田, 韩立国, 严加永, 廉玉广, 史大年, 颜廷杰. 2010. 庐枞矿集区火山气液型铁、硫矿床及控矿构造的反射地震成像. 岩石学报, 26(9): 2598 ~ 2612.

汤加富, 陆三明, 李建设, 韦导忠. 2010. 安徽庐枞火山岩盆地与邻区基底构造变形、形成演化及其对矿床分布的控制. 岩石学报, 26(9): 2587 ~ 2597.

王仁铎, 胡光道. 1988. 线性地质统计学. 北京: 地质出版社, 1 ~ 16.

吴明安, 汪青松, 郑光文, 蔡晓兵, 杨世学, 狄勤松. 2011. 安徽庐江泥河铁矿的发现及意义. 地质学报, 85(5): 802 ~ 809.

阳正熙. 2006. 矿产资源勘查学. 北京: 科学出版社.

袁勇, 王志龙. 2009. 储量计算克立格法与 SD 法的对比分析. 内蒙古石油化工, (4): 41 ~ 43.

张明明, 周涛发, 袁峰, 李晓晖, 李修钰, 贾蔡. 2011. 长江中下游地区玢岩型铁矿床资源储量估算研究. 地质学报, 85(7): 1215 ~ 1222.

张宝一, 尚建嘎, 吴鸿敏, 刘修国, 吴信才. 2007. 三维地质建模及可视化技术在固体矿产储量估算中的应用. 地质与勘探, 43(2): 76 ~ 81.

张荣华, 张雪彤, 胡书敏. 2010. 庐枞火山盆地深部岩石与成矿过程. 岩石学报, 26(9): 2665 ~ 2680.

赵文广, 吴明安, 张宜勇, 王克友, 范裕, 汪龙云, 魏国辉, 车英丹. 2011. 安徽省庐江县泥河铁硫矿床地质特征及成因初步分析. 地质学报, 85(5): 1 ~ 13.

周涛发, 范裕, 袁峰. 2008. 长江中下游成矿带成岩成矿作用研究进展. 岩石学报, 24(8): 1665 ~ 1678.

周涛发, 范裕, 袁峰, 宋传中, 张乐骏, 钱存超, 陆三明, Cooke D R. 2010. 庐枞盆地侵入岩的时空格架和对成矿制约. 岩石学报, 26(9): 2694 ~ 2714.

周涛发, 范裕, 袁峰, 张乐骏, 马良, 钱兵, 谢杰. 2011. 长江中下游成矿带火山岩盆地的成岩成矿作用. 地质学报, 85(5): 712 ~ 730.

An Congrong, Liu Zhan, Bai Yongliang. 2010. Research on the key technologies of Three-dimensional Stratum Modeling. 2010 International Conference on Computer Application and System Modeling (ICCASM 2010): 354 ~ 357.

Bartier P. 1996. Multivariate interpolation to incorporate thematic surface data using Inverse Distance Weighting (IDW). Computers & Geosciences, 22(7): 195 ~ 199.

Davis J C. 1986. Statistics and data analysis in geology. New York: John Wiley and Sons.

Franke R. 1982. Scattered data interpolation: test of some methods. Mathematics of Computations, 33(157): 181 ~ 200.

Gong Jianya, Cheng Penggen, Wang Yandong. 2004. Three-dimensional modeling and application in geological exploration engineering. Computers & Geosciences, 30(4): 391 ~ 404.

Pundt H., Brinkkotter-Runde K. 2000. Visualization of spatial data for field based GIS. Computers & Geosciences, 26: 51 ~ 56.

Marcus A. 2006. From 3d geomodelling systems towards 3d geoscience information systems: data model, query functionality and data management. Computers & Geosciences, 32: 222 ~ 229.

Simon W H. 1994. 3D Geoscientific Modeling—Computer Technique for Geological Characterization. New York: Springer-Verlag.

Su Xing, Huang Linping. 2010. Research of 3D geological body modeling methods based on TEN. 2010 2nd International Conference on Information Engineering and Computer Science (ICIECS), 4.

Zhou Taofa, Fan Yu, Yuan Feng, Lu Sanming, Shang Shigui, Cooke D R, Meffre S, Zhao Guochun. 2008. Geochronology of the volcanic rocks in the Lu-Zong(Lujiang Zongyang) basin and its significance. Science in China (Series D: Earth Sciences), 51(10): 1470 ~ 1482.

Reserves Dynamic Estimation of the Nihe Deposit Based on Three-dimensional Mineralized Domain Model

ZHANG Mingming¹⁾, LI Xiaohui¹⁾, ZHOU Taofa¹⁾, YUAN Feng¹⁾, WU Ming'an²⁾, ZHAO Wenguang²⁾

1) School of Resources and Environmental Engineering, Hefei University of Technology, Hefei, 230009;
2) Institute of Geological Survey of Anhui Province, Hefei, 230001

Abstract: On the basis of recognition of the geology characteristics of the Nihe iron deposit, this study tries to use cutoff grade to delineation ore bodies with single-grade index and use Spline curves to smooth the interpretation boundaries of each section, and the gradient mineralized domain has been established. For the gradient mineralized domain used, the unreasonable intersection among complex shape of ore bodies which result from delineation ore bodies with double-grade index has been eliminated, the sample assay data used for the reserves estimation has better continuity and comprehensiveness, and the grade distribution and the reserves can be estimated more reasonable and efficiently.

Key words: mineralized domain model; dynamic; reserves estimate; single-grade index; Spline curves