问题讨论

对《剪切带的几何特征》一文的几点意见

王焕金

(中南矿冶学院地质系)

J.G.Ramsay在《剪切带的几何特征》[1]一文中列举了一系列计算主应变值和主应变方位的公式。作者对其中七个公式持有不同的看法。本文以简单的数学公式推证了这几个公式并给出它们的正确形式。

一九八〇年 J.G.Ramsay 发表了《剪切带的几何特征》[1]一文，该文列出了三十三个计算公式，一九八二年韩玉英参考该篇文章编写了《韧性剪切带的变形》[2]一文，同年徐树桐将该文译成中文发表[3]。最近作者通过学习，推导出几个有关剪切带应变的计算公式，这几个公式与J.G.Ramsay的公式略有不同。然而它们在韧性剪切带的研究中是很重要的。为了使广大读者能够更正确地理解和运用有关剪切带应变的计算公式，本文试图以较简单的推证导出这些公式。文中所采用的符号与文献〔1〕和〔3〕二篇中的符号一致。

一、一般均匀变形应变的计算

岩体受外力作用发生均匀变形时，其二度空间内变形矩阵的一般形式为[4]

$$M=\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \qquad (1)$$

式中A、B、C和D代表均匀应变分量。变形前的一个单位圆均匀变形后成为椭圆，此椭圆叫做应变椭圆。根据变形矩阵M可以计算二度空间内应变的基本特征即主应变e_1和e_3，主应变和座标轴x轴正向之间的夹角（主应变方位角）θ'，以及旋转分量ω。它们分别满足下列四式（已推证此四式是正确的，由于推证过程太繁从略）

$$(1+e_1)^2=\frac{1}{2}\left[A^2+B^2+C^2+D^2+\sqrt{(A^2+B^2+C^2+D^2)^2-4(AD-BC)^2}\right] \qquad (2)$$

$$(1+e_3)^2=\frac{1}{2}\left[A^2+B^2+C^2+D^2-\sqrt{(A^2+B^2+C^2++{}^2)^2-4(AD-BC)^2}\right] \qquad (3)$$

$$\tan 2\theta'=\frac{2(AC+BD)}{A^2+B^2-C^2-D^2} \qquad (4)$$

$$\tan\omega=\frac{C-B}{A+D} \qquad (5)$$

本文1984年6月收到，王 毅编辑。

二、单剪变形形成韧性剪切带应变的计算

在不均匀单剪变形形成的韧性剪切带内选一直角坐标系$Oxyz$，x轴平行剪切带的剪切方向，z轴垂直于剪切带两壁，y轴垂直于xz面且位于与剪切带两壁平行的平面内。垂直于剪切带两壁和y轴的平面（叫xz面）内一点的变形矩阵为

$$\begin{pmatrix} 1 & \gamma \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{6}$$

γ为平行x轴方向的剪应变。将矩阵（6）和上述一般变形矩阵（1）相比较有$A=D=1, C=0, B=\gamma$。将比较结果代入公式（2—4）中即可求得e_1, e_3和θ'的值（J.G.Ramsay, 1980，公式(4)、（6）和（7）；韩玉英，1982，公式（5），（7）和(8)）。代入公式（5）中得旋转分量ω[1)]

$$\tan\omega=\frac{C-B}{A+D}=-\frac{\gamma}{2} \tag{7}$$

三、两壁不变形时韧性剪切带应变的计算

若剪切带是由单剪变形和体积变化两者作用的结果，则剪切带xz面内一点的变形矩阵为

$$\begin{pmatrix} 1 & \gamma \\ 0 & 1+\Delta \end{pmatrix} \tag{8}$$

其坐标系$Oxyz$的规定同上。此时，主应变e_1，e_2和e_3的值以及主应变方位角θ'的值满足下列公式

$$(1+e_1)^2=\frac{1}{2}\left[1+\gamma^2+(1+\Delta)^2+\sqrt{(1+\gamma^2+(1+\Delta)^2)^2-4(1+\Delta)^2}\right] \tag{9}$$

$$e_2=0 \tag{10}$$

$$(1+e_3)^2=\frac{1}{2}\left[1+\gamma^2+(1+\Delta)^2-\sqrt{(1+\gamma^2+(1+\Delta)^2)^2-4(1+\Delta)^2}\right] \tag{11}$$

$$\tan 2\theta'=\frac{2\gamma(1+\Delta)}{1+\gamma^2-(1+\Delta)^2} \tag{12}$$

其中γ为平行x轴方向的剪应变，Δ为平行z轴方向的体积变化。

剪切带外与剪切带两壁成α角（在剪切带xz面上测定）相交的标志线（或标志层在剪切带xz面上的迹线）在剪切带内发生挠曲成新的角度α'与剪切带壁相交，α和α'之间的关系为

$$\cot\alpha'=\frac{\cot\alpha+\gamma}{1+\Delta} \tag{13}$$

联立公式（12）和（13）可以求解剪切应变分量γ和体积变化分量Δ，其剪切应变分量γ满足下列二次方程

$$(\cot^2\alpha'-2\cot\alpha'\cot 2\theta'-1)\gamma^2-2\cot\alpha(1+\cot 2\theta'\cot\alpha')\gamma+(\cot^2\alpha'-\cot^2\alpha)=0 \tag{14}$$

1）本文中公式下面标有波浪线者表示此公式与J.G.Ramsay文章中相应的公式不同。

四、两壁变形时剪切带应变的计算

若剪切带的两壁发生变形，剪切带本身是由均匀变形，单剪变形和体积变化三者作用形成的。如上选定一坐标系$Oxyz$，剪切带xz面上任一点的位移梯度矩阵可以表示为

$$\begin{pmatrix} a+b\gamma & b+d\gamma \\ b(1+\Delta) & d(1+\Delta) \end{pmatrix} \tag{15}$$

其中a、$b=c$和d代表均匀应变分量，可以根据公式求得（Ramsay, 1980，公式（27—29）[1]；韩玉英1982，公式（27—29）[2]。γ为平行x轴方向的剪应变分量，Δ为平行z轴方向的体积变化分量。在这种情况下，剪切带xz面内任一点的主应变e_1和e_3，主应变方位角θ''满足下列公式

$$(1+e_1)^2=\frac{1}{2}\{a^2+b^2+2\gamma b(a+d)+(d^2+b^2)[\gamma^2+(1+\Delta)^2]\}+\frac{1}{2}\{[a^2+b^2+2\gamma b(a+d)+(d^2+b^2)(\gamma^2+(1+\Delta)^2)]^2-4(1+\Delta)^2(ad-b^2)^2\}^{1/2} \tag{16}$$

$$(1+e_3)^2=\frac{1}{2}\{a^2+b^2+2\gamma b(a+d)+(d^2+b)[\gamma^2+(1+\Delta)^2]\}-\frac{1}{2}\{[a^2+b^2+2\gamma b(a+d)+(d^2+b^2)(\gamma^2+(1+\Delta)^2)^2]^2-4(1+\Delta)^2(ad-b^2)^2\}^{1/2} \tag{17}$$

$$\tan 2\theta''=\frac{2(1+\Delta)[b(a+d)+\gamma(b^2+d^2)]}{(a+b\gamma)^2+(b+d\gamma)^2-(b^2+d^2)(1+\Delta)^2} \tag{18}$$

在已知a、b和d，θ''以及一条标志线挠曲的α和α'角时，根据公式（13）和公式（18）可得剪切应变分量γ满足以下二次方程

$$\begin{aligned}&(b^2+d^2)\tan^2\alpha[(1-\tan^2\alpha')\tan 2\theta''-2\tan\alpha']\gamma^2+2[((ab+bd)\tan^2\alpha-\\&(b^2+d^2)\tan\alpha\tan^2\alpha')\tan 2\theta''-(b^2+d^2)\tan\alpha\tan\alpha'-b(a+d)\tan^2\alpha\tan\alpha']\gamma+\\&+\tan 2\theta''[\tan^2\alpha(a^2+b^2)-(b^2+d^2)\tan^2\alpha']-2b(a+d)\tan\alpha\tan\alpha'=0。\end{aligned} \tag{19}$$

参 考 文 献

〔1〕 Ramsay, J. G., 1980, Shear zone geometry: a review, J. Struct, Geol., 2, No. 1/2, PP. 83—99.

〔2〕 韩玉英，1982，韧性剪切带的变形。国外地质，第8期。

〔3〕 Ramsay. J. G. 著，徐树桐译，1982，剪切带的几何性质。地震地质译丛，第4卷，第5期。

〔4〕 Ramsay, J. G., and Graham, R.H., 1970, Strain variation in shear belts. Can. J. Earth Sci., Vol.7, No3. PP.786—813.

A DISCUSSION ON "SHEAR ZONE GEOMETRY: A REVIEW"

Wang Huanjin

(Central-South Institute of Mining and Metallurgy)

Abstract

J.G.Ramsay has listed a series of equations in his paper "Shear Zone Geometry: a review" to calculate the values and orientations of strain in shear zone. Seven of these equations whose correctness is doubted have been deduced and proved in a simpler mathematical way with corrected forms in this paper.