

<http://www.geojournals.cn/georev/ch/index.aspx>

共轭雁行节理系的应力分析

乐光禹

(成都地质学院)

岩块、地块在两组或两组以上外力同时作用下所产生的应力和应变,可以依据弹性理论的叠加原理^[1,2],处理为各组外力分别单独作用所产生的应力和应变的总和。作者^[3]曾应用这个原理分析过一些构造型式及其构造应力场,但比较概略。本文根据叠加原理,推导出两个纯剪应力状态同时作用于物体内同一点时的应力叠加公式,对共轭剪切带交叉部位的构造应力场进行定量或半定量的解析,用以解释某些共轭雁行节理系的构造图象及其变形分区现象。

一、共轭雁行节理系的构造图象

两组共轭的剪切带尽管是在统一的外力和应力作用下形成的,但它们又各自具有相对的独立性,其变形和位移可以同时,也可以略有先后。在后一种情况下,两组剪切带互相切错或发生其他一些变形现象,兰姆塞(J. G. Ramsay)^[4]及其他一些作者都曾作过分析。在前一种情况下,两组剪切带互相通过,或在交叉部位发生联合叠加现象,这正是本文所要加以研究的。

雁行状张节理是脆-韧性剪切带的表现形式^[4]。共轭雁行节理系是由一组右列雁行状张节理和一组左列雁行状张节理交叉组合而成,若两者的变形是同时的,两组张节理就会在共轭带的交汇部位互相迁就,方向渐变,形成一种图象统一的共轭雁行节理系。

图1汇集了发育于碳酸盐岩石中的几例共轭雁行节理系,单个节理均为张性或张剪性,已被方解石脉充填。第一例为作者在桂林附近泥盆纪石灰岩中所见(图1-1);右列雁行节理带AA'和左列雁行节理带BB'相交叉,中联线的锐夹角 α 约 60° ,交叉部位形成一个菱形交汇区;交汇区以外,单个张节理与雁行带中联线夹角 β 约为 40° 至 50° ;在交汇区内雁列角减小^[5],沿共轭剪切角 α 的平分线发育平直张节理,两侧有凸向相反的弧形张节理,呈对称分布,弧形在交汇区的钝角部位转折,在锐角部位收敛,正常的共轭雁行节理系被交汇区的弧束分隔成四支。这个实例所显示的构造图象是很有代表性的。第二例见于北京周口店奥陶纪白云质灰岩中,共轭剪切带(或雁列的中联线)相交成V形或倒V形,交汇部位只有锐角区而缺钝角区,因而节理的弧形转折不明显,但撒开和收敛的特点仍很明显(图1-2)。第三、四两例见于北京万佛堂附近奥陶纪灰岩中。在第三例中,节理带的宽度虽然较窄,但交汇部位的中央平直张节理及两倾的弧形节理却很明显;在共轭雁行节理带之间的岩块中还分布一组较细的彼此平行的张节理,其方位与共轭带锐角平分线一致,由图可知,这组节理的方位和应力状态显然不同于雁行带中的张节理的方位和应力状态。第四例也呈V形、倒V形或菱形,沿剪切带分布的节理较粗短,方位渐变,收敛明显(图1-4);在剪切带之间的岩块中也有一组细长的平直节理,彼此并不平行,而是向菱形中心显著收敛。由于受到主要层理的限制,发育不完整。邓起东等^[5]认为“这种现象涉及到共轭剪切破裂之间的岩块中的应力状态和变形分区问题”,但未进一步解释。

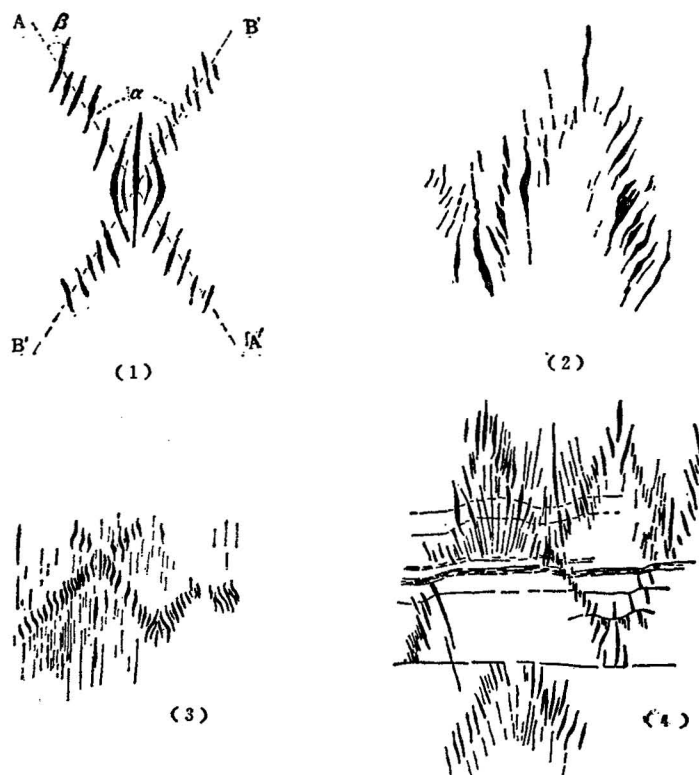


图 1 共轭雁行节理系的实例

1—广西桂林；2—北京周口店（据武汉地院，1978）；3，4—北京垞里万佛堂（据邓起东等，1966）

二、剪切应力状态的叠加问题

为了解释上述共轭雁行节理系的构造图象并恢复其构造应力场，有必要根据弹性理论的叠加原理，先行讨论两组纯剪应力状态的叠加问题¹⁾。

如图 2，地壳岩块内一点O同时有两组纯剪应力状态作用：第一纯剪应力状态（或称纯剪应力状态A），其最大剪应力（绝对值）为 $\pm\tau_a$ ²⁾，作用面分别为 A_1 和 A_2 ； A_1 面的法线为 $\overline{OA_2}$ ， A_2 面的法线为 $\overline{OA_1}$ ，至应力 $\sigma_{1a} = +\tau_a$ ， $\sigma_{3a} = -\tau_a$ ，分别位于 A_1 、 A_2 的两条夹角平分线上。第二纯剪应力状态（或称纯剪应力状态B），其最大剪应力为 $\pm\tau_b$ ，作用面分别为 B_1 和 B_2 ； B_1 面的法线为 $\overline{OB_2}$ ， B_2 面的法线为 $\overline{OB_1}$ ，主应力 $\sigma_{1b} = +\tau_b$ ， $\sigma_{3b} = -\tau_b$ ，分别位于 B_1 和 B_2 夹角的平分线上。这两个纯剪应力状态既然同时作用于同一岩块内的同一点上，它们必然叠加为一个新的应力状态C。若已知 τ_a 、 τ_b 的数值及其作用面的锐夹角 α （如图 2， $\angle A_1OB_2 = \angle B_1OA_2 = \alpha$ ），则叠加后的应力状态

1) “叠加”一词在构造地质学中大都指先后发生的两期或多期变形、变位的叠加（如叠加褶皱），这类叠加可称为“复合叠加”。弹性理论以及本文所讨论的叠加是指两组或两组以上同时同地发生的应力、应变、位移及有关条件的叠加，建议称之为“联合叠加”。

2) 本文取压应力为正，拉应力为负；剪应力以反时针为正，顺时针为负。

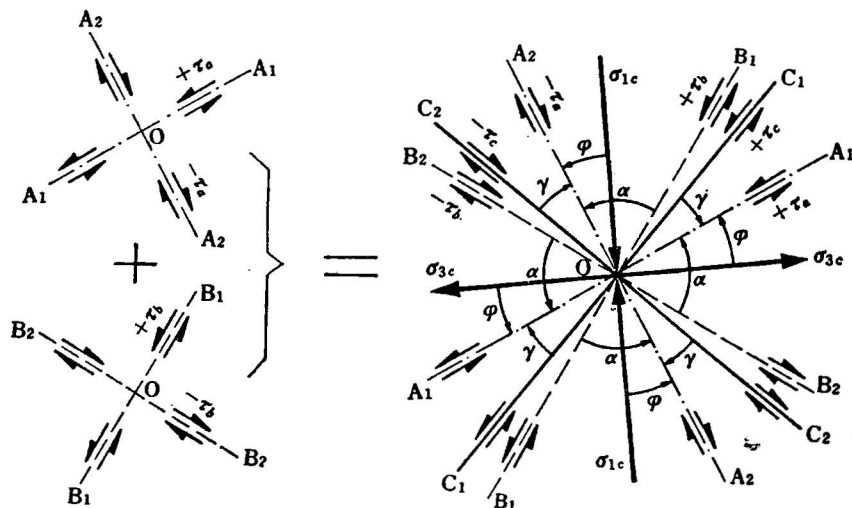


图 2 两组纯剪应力状态的叠加

C 的最大剪应力 $\pm\tau_c$ 及主应力 σ_{1c} 和 σ_{3c} 的大小和方位可根据叠加原理求出。

如图 3，以 O 为原点，作 $\sigma_{(a)}$ 、 $\tau_{(a)}$ 直角坐标系，以 $OA_1=OA_2=|\tau_a|$ 为半径，坐标原点 O 为中心，画圆，即得第一纯剪应力状态 (A) 应力圆。以原点 O 为顶点， $+\tau_{(a)}$ 轴为边，顺时针量取 2α ，即得另一角边为 $-\tau_{(b)}$ 轴（图 3 中 2α 的符号是从已求出的 $-\tau_{(b)}$ 轴逆时针量到 $+\tau_{(a)}$ 轴），相应地也就得到 $+\tau_{(b)}$ 轴及与之垂直的 $\sigma_{(b)}$ 轴，为第二应力状态 (B) 应力圆的坐标轴。以同一原点 O 为中心，以 $OB_1=OB_2=|\tau_b|$ 为半径，画圆，即得第二纯剪应力状态 (B) 应力圆。图 3 中，以 $+\tau_{(a)}$ 轴（亦即 $\overline{OB_2}$ 或 $\overline{OD}$ ）为法线的截面，对第一纯剪应力状态 (A) 来说，是最大剪应力作用面，该面上正应力 = 0，剪应力 = τ_a ；对第二纯剪应力状态 (B) 来说，是一般斜截面，面上的应力等于 D 点在 $\sigma_{(b)}$ 、 $\tau_{(b)}$ 坐标系中的坐标值：

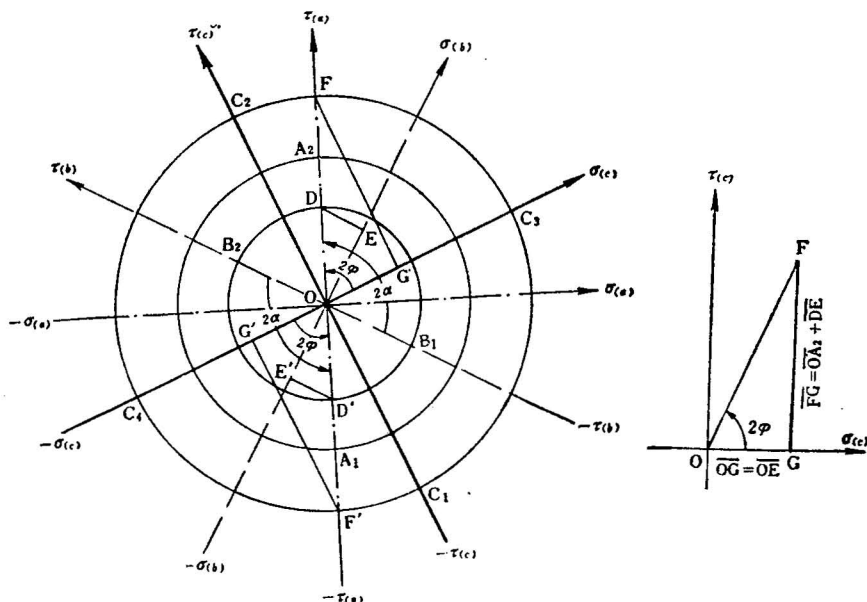


图 3 应用莫尔圆叠加两组纯剪应力状态

$$\text{正应力} = \overline{OE} = \tau_b \cos(2\alpha - 90^\circ) = \tau_b \sin 2\alpha,$$

$$\text{剪应力} = \overline{OE} = \tau_b \sin(2\alpha - 90^\circ) = -\tau_b \cos 2\alpha.$$

该截面上的全部应力为分别由应力状态(A)和应力状态(B)所引起的应力的叠加。叠加后的应力为:

$$\text{正应力 } \sigma = O + \overline{OE} = \tau_b \sin \alpha$$

$$\text{剪应力 } \tau = \overline{OA_2} + \overline{DE} = \tau_a - \tau_b \cos 2\alpha$$

作辅助直角三角形 OGF 使, $\overline{OG} = \overline{OE}$, $\overline{FG} = \overline{OA_2} + \overline{DE}$ (图 3 右), 令 $\angle FOG = 2\phi$, 在应力圆上, 以 $\overline{OA_2}$ 为边, 顺时针量取 2ϕ 角, 则另一角边即是叠加后的应力状态(C)的横坐标轴 $C + \sigma_{(c)}$, 相应地也就得到纵坐标轴 $\tau_{(c)}$ 。以 O 为中心, $\overline{OF}$ 为半径, 画圆, 即得叠加后的应力状态(C)的应力圆, 其主应力 σ_{1c} 、 σ_{3c} 和最大剪应力 $\pm \tau_c$ 在数值上均等于半径 $\overline{OF}$, 方位可由 2ϕ ($\sigma_{(c)}$ 轴与 $\tau_{(c)}$ 轴夹角) 和 2γ ($\tau_{(c)}$ 轴与 $\tau_{(c)}$ 轴夹角) 来确定。由图 3 不难直接导出两组纯剪应力状态的叠加公式:

$$\frac{\sigma_{1c}}{\sigma_{2c}} = \pm \tau_c = \pm \sqrt{\tau_a^2 + \tau_b^2 - 2\tau_a \tau_b \cos 2\alpha} \quad (1)$$

$$\operatorname{tg} 2\phi = \frac{\tau_a - \tau_b \cos 2\alpha}{\tau_b \sin 2\alpha} = \frac{K - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} 2\gamma = \frac{\tau_b \sin 2\alpha}{\tau_a - \tau_b \cos 2\alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{K - \cos 2\alpha} \quad (3)$$

$$\left(K = \frac{\tau_a}{\tau_b} \right)$$

由求得的 ϕ 角和 γ 角, 即可在图 2 上画出叠加后的主应力 σ_{1c} 、 σ_{3c} 和最大剪应力作用面 C_1 、 C_2 的自然方位。

三、共轭雁行节理系的构造应力场

由于内摩擦、地质上的一对共轭剪切面的夹角一般不是直角; 所以, 它们不是力学意义上的双生剪切面。每一条剪切带都可以代表一个相对独立的剪切应力场; 共轭剪切带交叉部位的构造应力场即为两个不同方向的剪切应力场的叠加。每一条剪切带都影响一定的宽度, 沿两条共轭剪切带中线 AA' 和 BB' 的剪切作用最强, 向两侧减弱。这样, 共轭剪切带的交汇区 (叠加区) 就形成一个非均匀叠加应力场, 场内叠加后的主应力和最大剪应力的数值和方向都有规律地逐渐变化; 叠加区的周围有四个非叠加的单一剪切区, 其主应力和最大剪应力虽然也从中线向两侧减小, 但方向不变 (图 4-1)。

取共轭剪切角 $\alpha = 60^\circ$, 取沿两条共轭剪切带中线作用的剪应力的最大值均为 40 (略去应力单位); 从中线向两侧, 均以同样的梯度, 按线性递减到零; 则参与叠加的两种剪应力 τ_a 和 τ_b 均为变量, 在菱形叠加区内, 其数值分布表示如图 4-2。 τ_a 、 τ_b 既是变量, 式 (2), (3) 中的 K 值也是变量, ϕ 角和 γ 角也随 K 值的变化而变化。若把线段 $\overline{OM}$ 、 $\overline{OM'}$ 、 $\overline{ON}$ 、 $\overline{ON'}$ 都分为 4 等分 (参见图 4-2 和图 5-1), 按照参与叠加的两组剪应力 τ_a 和 τ_b 的变化规律, 可定出各分点的 K 值并由式 (2) 算出相应的 ϕ 值, 列如表 1。

在菱形叠加区的各端点 C, D, E, F, 参与叠加的两组剪应力 τ_a 和 τ_b 都已减到零, 在这些点上 $K = 0/0 =$ 任意数。因 τ_a 和 τ_b 都是以同样的梯度从中线向两侧呈线性递减的, K 等值线应为直线,

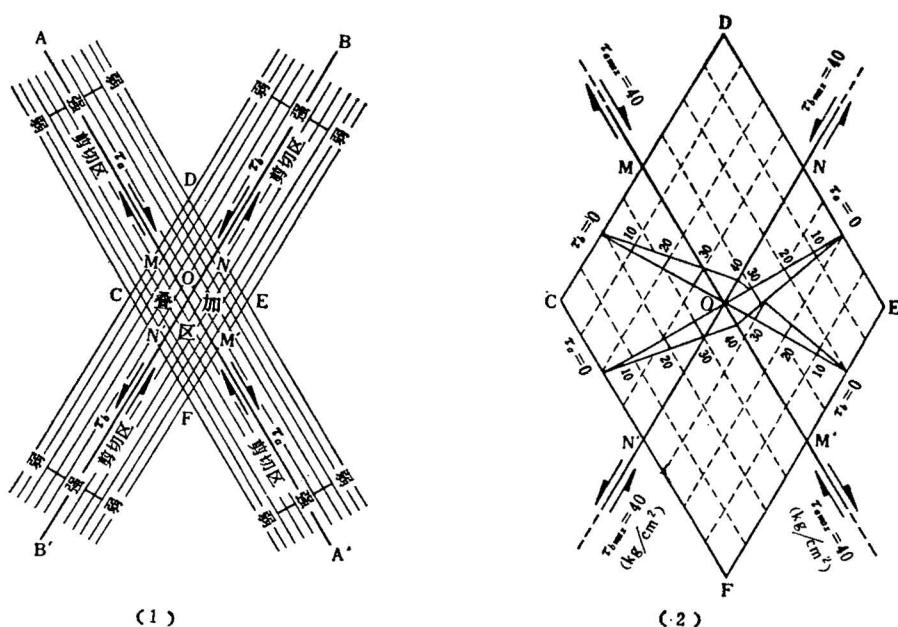
图 4 共轭剪切带的应力分区 (1) 和叠加区内 τ_a , τ_b 的数值分布 (2)

表 1

点 号	$K(\tau_a/\tau_b)$	$\phi(\sigma_{1c}/OA)$	点 号	$K(\tau_a/\tau_b)$	$\phi(\sigma_{1c}/OA)$
0	$4/4 = 1$	30°	b_1, b_1'	$3/4 = 0.75$	$27^\circ 38'$
a_1, a_1'	$4/3 = 1.33$	$32^\circ 21'$	b_2, b_2'	$2/4 = 0.50$	$24^\circ 33'$
a_2, a_2'	$4/2 = 2$	$35^\circ 24'$	b_3, b_3'	$1/4 = 0.25$	$20^\circ 27'$
a_3, a_3'	$4/1 = 4$	$39^\circ 33'$	N, N'	$0/4 = 0$	15°
M, M'	$4/0 = \infty$	45°			

把表 1 所列各分点分别与 C, D, E, F 各点相连, 每一连线上各点的 K 值相等; 于是, 得到一幅菱形叠加区的 K 等值线图 (图 5-1)。叠加区内各点的 K 值既知, 由式 (2) 即可求得各点的 ϕ 角 (叠加后各点的主压应力 σ_{1c} 与剪切带 AA' 或剪应力 τ_a 迹线的夹角)。当共轭剪切角 α 一定时, ϕ 角仅取决于 K 值, 因此, 每一条 K 等值线相应地也就是一条 ϕ 等值线。按照各点的 ϕ 角变化连线, 即可画出叠加后的主压应力 σ_{1c} 和主拉应力 σ_{3c} 迹线网络 (图 5-2)。叠加主应力的方向和数值都是逐渐变化的, 它们在每一点的数值可根据图 4-2 所示 τ_a 和 τ_b 的数值分布, 按公式 (1) 求得。 σ_{1c} 和 σ_{3c} 的绝对值以共轭剪切带交点 O 处最大, 向各个方向减小。

菱形叠加区内的两族主应力迹线均呈曲率渐变的弧形, 只有两条对角线 DF 和 CE 既是 K 等于 1 的直线, 也分别代表一条呈直线形的 σ_{1c} 或 σ_{3c} 迹线。共轭剪切带的两条中线 AA' (或 MM') 和 BB' (或 NN') 把菱形叠加区分成 4 个象限, σ 、 c 迹线在以钝角相对两个象限内呈弧形转折, 在以锐角相对的两个象限内呈辐射状, 向叠加区的端点 D 和 F 收敛。在附近四个未叠加的 τ_a 和 τ_b 剪切区内, 至应力方向不变, 均与中线 AA' 或 BB' 成 45° 角。

节理图象是构造应力场应力网络图象的反映。在岩块未发生显著歪曲的情况下, 主压应力

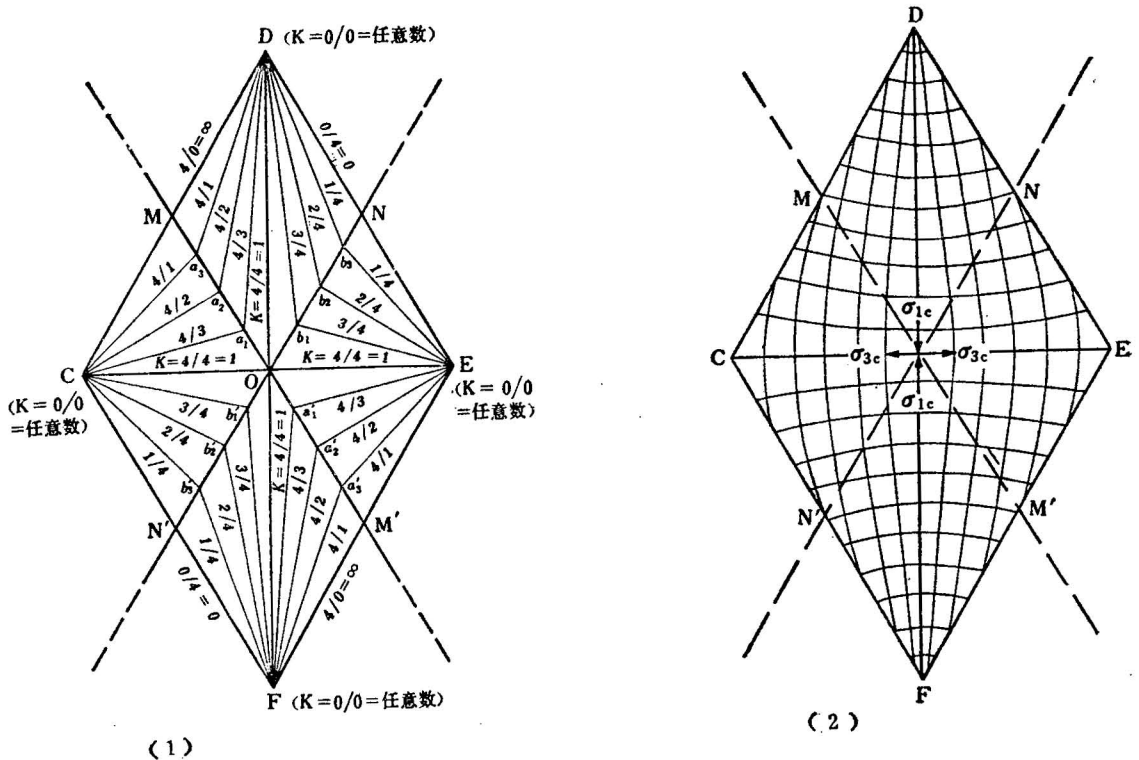


图 5 菱形叠加区内的K值分布 (1) 和叠加后的主应力图线网络 (2)

σ_{1c} 迹线 (在非叠加区是 σ_{1a} 或 σ_{1b} 迹线) 也就代表了张节理迹线。通过剪切叠加所得到的应力网络图象 (图 5-2) 能够较好地解释共轭雁行节理的构造型式。若两条共轭剪切带交叉成X形, 且剪切作用的强度向两侧衰减较快, 所形成的菱形叠加区较小, 那就出现图 1-1 和图 1-3 两例的图象: 在菱形叠加区中间形成平直张节理, 两边对称地分布外凸的弧形张节理 (反凸双弧)。若共轭剪切带相交成V形或倒V形, 且叠加区较宽 (相当于只有图 5-2 的锐角象限) 节理方位逐渐变化, 并向内收敛, 形成“火炬状”张节理 (图 1-2, 4)。由于剪切作用在中线附近最强, 侧向减弱, 故沿V形或倒V形的边线 (即剪切带中线) 出现较粗大的张节理, 而内部出现一组较细的显著收敛的张节理 (如图 1-4), 呈现“变形分区”^[5]现象。

共轭雁行节理系中的左右两列张节理一般互不平行, 反映两条剪切带各自的相对独立的剪切作用。在非旋转变形的情况下, 共轭剪切带的锐角和钝角平分线分别代表岩块整体的压缩和拉张方位; 只要较显著的剪切一旦发生, 沿剪切带就出现相对独立的剪切应力场, 剪切带内的局部压缩、拉张方位就与受力岩块整体的压缩、拉张方位不同。如图 1 第 3 例中, 沿共轭剪切带分布的张节理和在剪切带之间均匀分布的张节理明显不同, 前者较粗大, 呈雁行式, 反映剪切带的局部应力场; 后者较细, 呈平行式, 反映岩块整体的拉压应力场。这也是一种应力分区和变形分区现象。共轭的两组张节理互不平行及其在交汇部位方位渐变互相迁就的现象, 主要由两组相对独立的剪切应力场及其叠加所决定, 不能归之于在剪切作用的递进变形中张节理的旋转。旋转可以加大雁列角 β , 并使节理尾端弯曲^[4,5], 却不能导致共轭交汇区出现的统一的叠加图象。

作为一个特例, 当雁列角 β 等于共轭剪切角 α 的一半时, 左右两列张节理将互相平行, 并与岩块总体的压缩方向平行, 与总体拉张方向垂直, 剪切带内的局部应力场得不到独立的表现。这种场合, 雁行带中的张节理可能是在岩块早期微张破裂的基础上形成的, 如彭和约翰逊 (S. Peng

and A. M. Johnson) [6] 所做的花岗岩破裂实验所得到的结果。

严格说来，叠加原理只适用于弹性范围，但作为在一定条件下的近似分析，在构造地质学中还是可以得到更广泛的应用。

参 考 文 献

- [1] Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N., 1970, *Theory of elasticity*. Third Edition, New York.
- [2] 黄炎, 1982, 工程弹性力学。清华大学出版社。
- [3] 乐光禹, 1980, 联合构造及有关构造类型。构造地质论丛 (1), 地质出版社。
- [4] Ramsay, J. G., 1980, Shear zone geometry: a review. *J. Structural Geology*, Vol 2. Num. 1/2.
- [5] 邓起东、钟嘉猷、马宗晋, 1966, 剪切破裂带的特征及其形成条件。地质科学, 第3期。
- [6] Peng, S. and Johnson, A. M., 1972, Crack growth and faulting in cylindrical specimen of chelmsford granite. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*

STRESS ANALYSIS OF THE CONJUGATE EN-ECHELON JOINT SYSTEM

Yue Guangyu

(Chendu College of Geology)

Abstract

Conjugate en-echelon joints are a special form of conjugate shear zones. One of the shear zones is characterized by dextral shear (shear stress τ_a) and the other sinistral shear (shear stress τ_b). τ_a is superimposed by τ_b in areas where the conjugate shear zones intersect. The superimposed principal stresses are σ_{1c} and σ_{3c} , and the superimposed shear stresses are τ_c and τ'_c ($\tau'_c = -\tau_c$). The formula of shear superimposition derived in this paper may be used to explain the deformation pattern of the conjugate en-echelon joints.

The shear stresses τ_a and τ_b are both variables; their intensity decreases gradually from the central line of the shear zone to both sides. Thus a heterogeneous superimposed stress field originates in the intersection area of the conjugate shear zones, where the value and direction of the superimposed principal stresses change gradually. The tensile joints produced by this stress field also change accordingly, forming a special deformation pattern.