

<http://www.geojournals.cn/georev/ch/index.aspx>

斜孔及剖面上地层真厚度计算公式的探讨

周 瑞

正确计算地层及矿体的真厚度,是编制地层柱状图及计算矿产储量等工作中一项很重要的工作。目前在不垂直地层走向的斜孔及剖面上所用的计算真厚度的公式,互不相关,而且形式繁多。笔者觉得斜孔中和剖面上计算地层真厚度的公式可以统一,并可采用较简单的新公式。为便于讨论,本文中符号意义统一如下(所有引文中符号意义,亦均统一如下,原文符号意义不变):

斜孔方位或剖面垂直岩层走向时:

M ——真厚度。

l ——露头宽度或钻孔中见矿(或岩层)长度。

α ——地层真倾角。

β ——地面坡度或钻孔倾角¹⁾。

δ ——钻孔天顶角。 $(\delta + \beta = 90^\circ)$

斜孔方位或剖面不垂直岩层走向时:

M_1 ——假厚度。(在剖面上垂直岩层的视倾向线)

l_1 ——露头宽度或钻孔中见矿(或岩层)长度。

α_1 ——地层视倾角。

β_1 ——地面坡度或钻孔倾角。

δ_1 ——钻孔天顶角。 $(\delta_1 + \beta_1 = 90^\circ)$

其他符号:

φ ——地层倾向和钻孔方位或剖面方向间之夹角。

θ ——地层走向和钻孔方位或剖面方向间之夹角。 $(\varphi + \theta = 90^\circ)$

一、斜孔方位不垂直地层走向时计算真厚度的公式

(一)

$$M = l_1 \cos(\alpha - \delta_1) \cos \varphi \quad (1)$$

这一公式目前已普遍被采用。在一些教科书上,被证明是正确的,其证明如下:

图1是斜孔方位垂直地层走向时的剖面图。从图上得出:

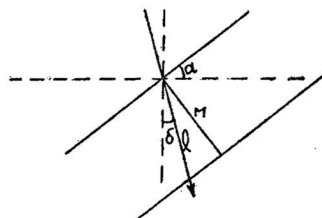


图1 剖面

$$M = l \cos(\alpha - \delta) \quad (2)$$

图2是斜孔方位不垂直地层走向时的平面投影图。从图上得出:

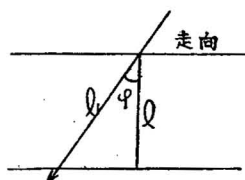


图2 平面投影

$$l = l_1 \cos \varphi \quad (3)$$

将(3)式代入(2)式,便得(1)式²⁾。

笔者觉得斜孔在剖面上的位置,当然是以图1的形式为最普遍,但也可能会有图3、图4的形式出现。此时,其相应的公式,如按上述证明,应分别为:

图3:

$$M = l_1 \cos(\alpha + \delta_1) \cos \varphi \quad (4)$$

图4:

$$M = l_1 \cos(\delta_1 - \alpha) \cos \varphi \quad (5)$$

总结式为:

$$M = l_1 \cos(\overbrace{\alpha \pm \delta_1}^{\text{图3或图4}}) \cos \varphi \quad (6)$$

但问题并不在于该不该写成总结式(6)的形

1) 钻孔倾角是指钻孔与水平线之间的夹角。它和天顶角互为余角。由于本文中必须用此角,因此命名。

2) 原证明中未区分出 δ 和 δ_1 ,故(1)式中的钻孔天顶角是指 δ_1 (实测数据),并非指 δ ,此时的 δ 尚为未知数。

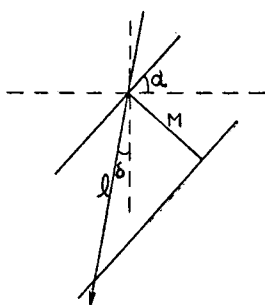


图 3 剖面

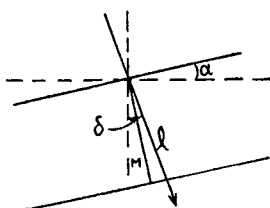


图 4 剖面

式,而是在于(6)式(包括1式)在证题原理上有错误,在计算结果上有一定的系统误差。兹讨论如下:

1. 证题原理上的错误

(1) l 和 l_1 的关系,不应该用平面投影图来求。图5显示出斜面角 $\angle BAC$ 永远小于其平面投影角 φ 。二者之差可从几度至几十度;与 β_1 及 φ 角之大小均成正比。只是当 $\beta_1 = 0^\circ$ 时,二者

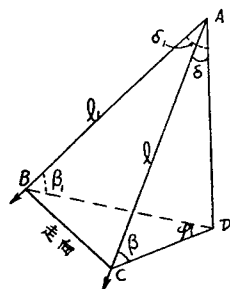


图 5 立体模型

才相等。因此, $l \neq l_1 \cos \varphi$ 。其正确关系为:

$$l = \frac{AD}{\sin \beta} = l_1 \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta} \quad (7)$$

此处, β 可名为“理想钻孔倾角”。 β 和 β_1 的关系是:

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \beta_1 / \cos \varphi \quad (8)$$

(2) 钻孔天顶角问题: 当斜孔方位不垂直地层走向时,应该求出未知数 δ 和测得的 δ_1 的关系后,再代入(6)式。现在(6)式并未这样做,显然是不对的。 δ 和 δ_1 的关系为:

$$\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} \delta_1 \cos \varphi \quad (9)$$

因此,(6)式应写成:

$$M = l_1 \cos(\alpha \pm \delta) \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta} \quad (10)$$

2. 误差情况 从(10)式和(6)的各项数值对比表1、2、3、4中,可以得出结论:

(1) 由于(6)式不恰当地用 φ 角代替了应该

表 1 (6)式与(10)式误差对比表(图1形式)

φ	α	β_1	β	δ_1	δ	$\cos(\alpha - \delta)$	$\frac{\sin \beta_1}{\sin \beta}$	校正值*	$\cos(\alpha - \delta_1)$	$\cos \varphi$	校正值	误差(%)
5°	45°	85°	85°01′	5°	4°59′	0.76586	0.99997	0.76584	0.76604	0.99619	0.76312	-0.272
5°	45°	80°	80°02′	10°	9°58′	0.81882	0.99990	0.81874	0.81915	0.99619	0.81603	-0.271
5°	45°	75°	75°03′	15°	14°57′	0.86559	0.99976	0.86538	0.86603	0.99619	0.86273	-0.265
5°	45°	70°	70°04′	20°	19°56′	0.90581	0.99957	0.90542	0.90631	0.99619	0.90286	-0.256

表 2 (6)式与(10)式误差对比表(图3形式)

φ	α	β_1	β	δ_1	δ	$\cos(\alpha + \delta)$	$\frac{\sin \beta_1}{\sin \beta}$	校正值	$\cos(\alpha + \delta_1)$	$\cos \varphi$	校正值	误差(%)
5°	45°	85°	85°01′	5°	4°59′	0.64301	0.99997	0.64299	0.64279	0.99619	0.64034	-0.265
5°	45°	85°	80°02′	10°	9°58′	0.57405	0.99990	0.57399	0.57358	0.99619	0.75140	-0.260
5°	45°	85°	75°03′	15°	14°57′	0.50075	0.99976	0.50063	0.50000	0.99619	0.49810	-0.254
5°	45°	85°	70°04′	20°	19°56′	0.42367	0.99957	0.42349	0.42262	0.99619	0.42101	-0.248

* 校正值是指 $\cos(\alpha \pm \delta) \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta}$ 或 $\cos(\alpha \pm \delta_1) \cos \varphi$ 等而言。意义是: $M = l_1 \times$ 校正值。

表 3 (6)式与(10)式误差对比表*(图 4 形式)

φ	α	β_1	β	δ_1	δ	$\cos(\delta - \alpha)$	$\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta}$	校正值	$\cos(\delta_1 - \alpha)$	$\cos\varphi$	校正值	误差(%)
5°	5°	80°	80°02′	10°	9°58′	0.99624	0.99990	0.99614	0.99619	0.99619	0.99240	-0.375
5°	5°	75°	75°03′	15°	14°57′	0.98496	0.99976	0.98472	0.98481	0.99619	0.98106	-0.367
5°	5°	70°	70°04′	20°	19°56′	0.96623	0.99957	0.96582	0.96592	0.99619	0.96224	-0.358
5°	5°	60°	60°06′	30°	29°54′	0.90704	0.99900	0.90613	0.90631	0.99619	0.90286	-0.328

表 4 (6)式与(10)式校正值得对比表(图 1 形式)

φ	α	β_1	β	δ_1	δ	校 正 值		误差(%)
						$\cos(\alpha - \delta) \frac{\sin\beta_1}{\sin\beta}$	$\cos(\alpha - \delta_1) \cos\varphi$	
10°	45°	85°	85°05′	5°	4°55′	0.765011	0.754404	-1.0607
10°	45°	80°	80°09′	10°	9°51′	0.817274	0.806707	-1.0567
10°	45°	75°	75°13′	15°	14°47′	0.863275	0.852875	-1.0382
10°	45°	70°	70°17′	20°	19°43′	0.902601	0.892543	-1.0058
15°	45°	85°	85°10′	5°	4°50′	0.763979	0.739933	-2.4046
15°	45°	80°	80°20′	10°	9°40′	0.814984	0.791233	-2.3751
15°	45°	75°	75°29′	15°	14°31′	0.859867	0.836516	-2.3351
15°	45°	70°	70°38′	20°	19°22′	0.898028	0.875423	-2.2605
20°	45°	85°	85°18′	5°	4°42′	0.763327	0.719840	-4.3487
20°	45°	80°	80°36′	10°	9°24′	0.811653	0.769747	-4.1906
20°	45°	75°	75°52′	15°	14°08′	0.854987	0.813800	-4.1187
20°	45°	70°	71°07′	20°	18°53′	0.891740	0.851650	-4.0090
30°	45°	85°	85°40′	5°	4°20′	0.757789	0.663414	-9.4375
30°	45°	80°	81°19′	10°	8°41′	0.802722	0.709408	-9.3314
30°	45°	75°	76°56′	15°	13°04′	0.841523	0.750008	-9.1515
30°	45°	70°	72°30′	20°	17°30′	0.873962	0.784892	-8.9070

* 表 3 中未采用 $\beta_1 = 85^\circ$ ，是因为这时从垂直地层走向的剖面看来，已属图一形式。这就是说，如果使用这类公式，应该是以垂直地层走向的剖面上的理想钻孔构成的图形来判断。

用的 $\angle BAC$ ，因 $\angle \varphi > \angle BAC$ ，所以 $\cos\varphi$ 的函数值与 $\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta}$ 对比时，便系统偏低。

(2) 由于 δ_1 角恒大于 δ 角，在(6)式的三种形式中，便产生了两种不同的系统误差。

1) 表 1 中 $(\alpha - \delta_1)$ 的角度值偏低，因而其余弦值便系统偏高，和 $\cos\varphi$ 的误差恰为一正一负。虽可互相抵消一部分，但因 $\cos\varphi$ 的误差，远远大于 δ_1 角的误差，所以二者相乘后的错误校正值，仍是系统的负误差。

2) 表 2、3 中 $(\alpha + \delta_1)$ 和 $(\delta_1 - \alpha)$ 角度值均偏高，其余弦值便均系统偏低。因是小数相乘，所以校正值的误差，在(6)式的三种形式中是基本相同的。

3) (6)式的总校正值一律偏低，其误差大小

主要是和 φ 角的大小成正比；其次是和 β_1 成正比，和 α 成反比，但影响不大。

4) 当 φ 角小于 10° 时，(6)式的误差小于或近于 1%，似可作为相当准确的简化公式而使用。否则不宜采用，或必须加上其误差值。

(二)

在“矿物原料储量计算”一书中曾介绍了一个较繁复的公式。原文如下：

“此时， l_1 值（沿钻孔测量的厚度）必须用 l 的值（在垂直矿体走向的平面上的投影）来代替。

$$l = l_1 \cos(\alpha - a_n) \quad (11)$$

式中： a ——在切穿矿体点上的钻孔方位角。

a_n ——矿体走向的垂线的方位角。

此外，角 δ_1 必须用其在垂直走向的平面上的

投影代替。

$$\delta = \arctg \left[\frac{\lg \delta_1}{\cos(a - a_n)} \right] \quad (12)$$

于是可以按下面的公式计算真厚度:

$$M = l_1 \cos(a - a_n) \cos \left\{ \alpha - \arctg \left[\frac{\lg \delta_1}{\cos(a - a_n)} \right] \right\} \quad (13)$$

此公式很准确,但很复杂。”

笔者认为,此式也有下列两点错误:

(1) 在(11)式中, $a - a_n$ 实即 φ 角。 $l \approx l_1 \cos \varphi$, 在前面已有详细讨论。

(2) 角 δ 和 δ_1 的关系,用(12)式是错误的,无法证明出来,应该是(9)式的关系。因此(13)式应修改为:

$$M = l_1 \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta} \cos(\alpha \pm \arctg \lg \delta_1 \cos \varphi) \quad (14)$$

(14)式和(10)式实际上是同一公式。

(10)式虽然正确,但计算很麻烦,且加减号的用法,必须按图 1、3、4 的形式判断,所以在实际工作中不很方便。

如果把斜孔中的见矿长度及钻孔倾角,当成是地面上露头宽度及坡度看待,就可以把这两种厚度计算问题,合而为一。实际上,二者本是同一性质的问题,应该得到统一。这样,就可以把剖面不垂直岩层走向时的诸公式,使用于斜孔中。

二、在不垂直地层走向的剖面上,计算地层真厚度的公式

1. 列昂托夫斯基公式早经证明是正确的,但王士在“地质知识”1957年第2期上的文章中,只取该式的加号,认为列式只适用于倾向和坡向相反的情况下,似欠慎重和公平。

2. 在该文中,周启荣的公式如果采用加号,也可适用于坡向和倾向相反的情况下。

3. 王士公式在证题上走了大弯路,显得非常复杂。他的 ω 值相当于本文内 $\frac{\sin \beta_1}{\sin \beta}$ 。 β 值的求法,应该用(8)式。因而王士公式可以简写成:

$$M = l_1 \sin(\alpha \pm \beta) \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta} \quad (15)$$

4. Secrist 公式和列式是雷同的,但加减号的用法,不但毫无理由,而且在解题时互相矛盾,其来源颇可怀疑。

据个人运算,上述诸式可以互相演变,用减号时,肯定都是“大一小”。所以,减号的两种情况,

毋需记忆。

三、新公式介绍

计算真厚度的公式,除必须正确外,还要求形式简单,易于运算和记忆;最好还能制造厚度换算表。下面再介绍一个新公式:

$$M = l_1 \sin(\alpha_1 \pm \beta_1) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_1} \quad (16)$$

兹证明如下:

当剖面方向垂直岩层走向时,剖面上出现 M 。

$$M = l \sin(\alpha \pm \beta) \quad (17)$$

当剖面方向不垂直岩层走向时,剖面上便出现 M_1 。按(17)式证题原理,可得:

$$M_1 = l_1 \sin(\alpha_1 \pm \beta_1) \quad (18)$$

图 6 中,直角三角形 ACB 及 EGF 代表上下层面。剖面 ADC 垂直走向;剖面 ADB 不垂直走向。 L 为铅垂厚度。

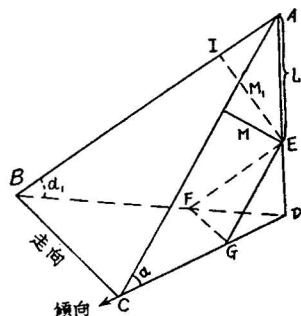


图 6 立体模型

$$M = L \cos \alpha = M_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_1} \quad (19)$$

将(18)式代入(19)式,便是新公式。

式中加减号用法和上述诸式相同。通过下面的演算,可以变化为列式:

$$\begin{aligned} M &= l_1 \sin(\alpha_1 \pm \beta_1) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_1} \\ &= l_1 \left(\sin \alpha_1 \cos \beta_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_1} \pm \cos \alpha_1 \sin \beta_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_1} \right) \\ &= l_1 (\cos \beta_1 \cos \alpha \lg \alpha_1 \pm \cos \alpha \sin \beta_1) \end{aligned}$$

在构造地质学中, $\lg \alpha_1 = \lg \alpha \sin \theta$ 代入:

$$M = l_1 (\sin \alpha \cos \beta_1 \sin \theta \pm \cos \alpha \sin \beta_1)$$

(19)式表明真假厚度的关系。 $\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_1}$ 可命名为假厚度校正系数。其值恒小于1,便于记忆。当

我们在山地工程壁上直接量厚度时,往往由于地层倾向和壁的方向斜交,只能量到假厚度。这时便该用(19)式算出真厚。(当然,最简单的方法是量铅垂厚度)所以(19)式很重要。有关地质工作中的厚度计算问题,由假厚度校正系数表可能获得解决,并可减轻计算工作量。(因篇幅关系,该表从略)

四、各公式运算实例及精度

例题:某钻孔见矿时天顶角为 20° , (即钻孔倾角 70°) 方位角 295° (或 115°), 见矿长度为 l_1 , 矿层产状 $85^\circ \angle 45^\circ$ 。试求矿层真厚。

解题:按题意,各公式中符号数值为:

$$\delta_1 = 20^\circ, \beta_1 = 70^\circ, \delta = 17^\circ 30'.$$

$$\beta = 72^\circ 30', \varphi = 30^\circ, \theta = 60^\circ.$$

$$\alpha_1 = 40^\circ 54'.$$

1. 用(6)式:先作图判断钻孔在垂直岩层走向的剖面上的情况。图7应该用减号,图8应该用加号。

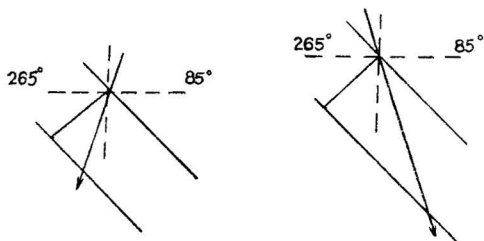


图7 钻孔方位 295° 图8 钻孔方位 115°

$$M = l_1 \cos(45^\circ \mp 20^\circ) \cos 30^\circ$$

$$= \begin{cases} l_1 \times 0.78849 \\ l_1 \times 0.36600 \end{cases}$$

2. 用(10)式:(加減号用法同上)

$$M = l_1 \cos(45^\circ \mp 17^\circ 30') \frac{\cos 45^\circ}{\cos 40^\circ 54'}$$

$$= \begin{cases} l_1 \times 0.87396 \\ l_1 \times 0.45496 \end{cases}$$

3. 用列昂托夫斯基公式:(图7用加号,图8用减号,下同。)

$$M = l_1 (\sin 45^\circ \cos 70^\circ \sin 60^\circ \pm \cos 45^\circ \sin 70^\circ) \\ = \begin{cases} l_1 \times 0.87389 \\ l_1 \times 0.45504 \end{cases}$$

4. 用周启荣公式:

$$M = l_1 (\cos 70^\circ \pm \sin 70^\circ \cos 40^\circ 54') \sin 60^\circ \sin 45^\circ \\ = \begin{cases} l_1 \times 0.87374 \\ l_1 \times 0.45485 \end{cases}$$

5. 用(15)式:

$$M = l_1 \sin(45^\circ \pm 72^\circ 30') \frac{\sin 70^\circ}{\sin 72^\circ 30'} \\ = \begin{cases} l_1 \times 0.87396 \\ l_1 \times 0.45496 \end{cases}$$

6. 用(16)式:

$$M = l_1 \sin(40^\circ 54' \pm 70^\circ) \frac{\cos 45^\circ}{\cos 40^\circ 54'} \\ = \begin{cases} l_1 \times 0.87396 \\ l_1 \times 0.45497 \end{cases}$$

从运算结果的校正值看,用五位函数计算,除(6)式偏低太多,应认为不正确外,其余各式间相差极小,证明各公式均正确可靠,微小误差是来自函数值。在实际工作中,即使是求矿体厚度,用四位函数,精度已足够。

参 考 文 献

- [1] 王士 1957 在剖面不垂直走向的情况下正确计算岩层真厚度的方法。地质知识,第2期。
- [2] 布雅洛夫 H. И. 1958 构造地质制图指南。50页,石油工业出版社。
- [3] 毕令斯 M. P. 1959 构造地质学。475页,地质出版社。
- [4] 成都地质学院 1961 构造地质学及地质制图学。45页,中国工业出版社。
- [5] 江苏地质学校、宣化地质学校合编 1961 找矿勘探地质学。145页,中国工业出版社。
- [6] 李伯皋 1957 野外地质编录与室内综合整理工作的初步总结。杭州、贵阳普查会议文件汇编,133页。地质出版社。
- [7] 斯米尔诺夫 B. И. 1957 矿物原料储量计算。20页,地质出版社。
- [8] 雅克仁 A. A. 1958 固体矿产取样与储量计算。180页,地质出版社。